

УДК 681.518:551.50:551.501

doi 10.33933/2074-2762-2020-59-28-40

Влияние метрик на определение точек бифуркации во временных рядах метеорологических величин

А.Д. Кузнецов, О.С. Сероухова, Т.Е. Симакина

Российский государственный гидрометеорологический университет, Санкт-Петербург,
kuznetsov1946@inbox.ru

Исследовано влияние вида метрики и способа задания «разделяющего» полинома на результаты нахождения точек бифуркации во временных рядах метеорологических величин. В качестве индикатора для определения положения точки бифуркации использовались полиномы от нулевой до третьей степени. В качестве метрик, позволяющих определить оптимальное положение этих полиномов внутри исследуемого временного ряда, были рассмотрены следующие: среднеквадратическое отклонение, евклидова метрика, манхеттенское и относительное расстояние.

Апробация предложенного алгоритма выполнена на временных рядах мгновенной и осредненной температуры воздуха и атмосферного давления. Установлено, что для рассмотренных временных рядов наилучшие результаты дает использование в качестве метрики манхеттенского расстояния.

Ключевые слова: временные ряды метеорологических величин, анализ временных рядов, временной тренд, метрики, точки бифуркации.

Influence of metrics on determination of bifurcation points in time series of meteorological values

A.D.Kuznetsov, O.S. Seroukhova, T.E. Simakina

Russian State Hydrometeorological University, Saint Petersburg, Russia

The influence of a metric kind and a method of setting the "dividing" polynomial on the results of finding bifurcation points in time series of meteorological values has been studied. The bifurcation point reflects the moment of change of the established system mode, caused by a significant change in the factors that generate the process under study. This article searches for a moment when the direction of the process changes in the time series of measurement data as the boundary between local trends. Zero to third degree polynomials have served as an indicator for determining the position of the bifurcation point. As the metrics allowing to determine the optimal position of these polynomials within the time series under investigation the following ones have been considered: standard deviation, Euclidean metric, Manhattan and relative distance. The statistical significance of the split is checked using the Fischer test.

The proposed algorithm has been tested on time series of instantaneous and averaged air temperature and atmospheric pressure. The degree of the initial variation unexplained by the model is used as an estimate of the approximation accuracy. The use of Manhattan distance as a metric has been found to be the best for the time series considered.

The approach proposed in this paper can be applied in the future, in particular, when determining the start time of climate change in different regions of our planet.

Keywords: time series of meteorological values, time series analysis, time trend, metrics, bifurcation points.

For citation: *A.D. Kuznetsov, O.S. Seroukhova, T.E. Simakina. Influence of Metrics on Determination of Bifurcation Points in Time Series of Meteorological Values. *Gidrometeorologiya i Ekologiya*. Hydro-meteorology and Ecology (Proceedings of the Russian State Hydrometeorological University). 2020. 59: 28—40. [In Russian]. doi: 10.33933/2074-2762-2020-59-28-40*

Введение

В настоящее время существует большое число работ, посвященных исследованию временных рядов с помощью рассмотрения «поведения» трендов на отдельных участках такого ряда [5—12]. В частности, это работы, посвященные изменениям климата Земли как в далеком прошлом, так и в настоящее время.

Однако задача оптимального построения нескольких трендов на заданном отрезке временного ряда в силу целого ряда объективных причин не имеет однозначного решения. Во-первых, по одному и тому же набору данных можно построить бесконечное множество трендов. Во-вторых, если предполагается, что за рассматриваемый период происходило нескольких разветвлений в характере временного процесса, то конкретный вид трендов во многом будет зависеть от выбора моментов времени, определяющих разделение на исследуемом отрезке временного ряда на интервалы, на которых сохранялась устойчивая тенденция динамики процесса [2, 5].

Разделение временного ряда на отдельные участки — это процесс нахождения точек бифуркации (ТБ): $t_{ТБ}$ [5, 8, 9]. В общем случае бифуркация — это разветвление, раздвоение. В наиболее близкой для нас теории колебаний бифуркация — это перестройка характера движения реальной системы. Тогда точка бифуркации представляет собой смену установившегося режима работы системы. Применительно к анализу трендов временного ряда под точкой бифуркации мы будем понимать смену (границу) между локальными линейными трендами, т. е. точку, в которой происходит изменение направленности процесса.

Примерами наличия точки бифуркации в природных процессах является разделение процесса накопления снега на склоне и момента схода лавины; временной ход приземной температуры воздуха при изменении режима инсоляции и др. В то же время определение положения точек бифуркации позволяет определить момент, когда факторы, определяющие временной процесс, изменяются. Корректное определение таких моментов представляет как научный, так и практический интерес.

Схематично ситуация наличия точки бифуркации изображена на рис. 1 [9, 10]. Здесь отчетливо проявляются временные флуктуации параметра y_t и в то же время визуально видно разделение описываемого временным рядом процесса на значения левее отмеченной точки бифуркации (линия 1) и правее этой временной точки (линия 2). Этот же пример показывает, что в случае игнорирования наличия точки бифуркации описание временного процесса с помощью общего тренда (линия 3) приводит к «вымыванию» того факта, что в данном временном ряду был момент, когда существенно изменились факторы, его порождающие. Кроме того, из анализа рис. 1 следует неоднозначность в определении точки бифуркации из-за наличия

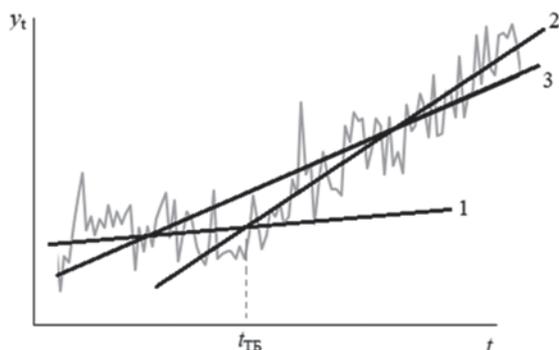


Рис. 1. Изменение характера тенденции временного ряда.

1 — тренд первого участка ряда, 2 — тренд второго участка ряда, 3 — тренд всего ряда.

Fig. 1. Changing the nature of a time series trend.

1 — the trend of the first section of the row, 2 — the trend of the second section of the row, 3 — the trend of the entire series.

флуктуаций. Поскольку флуктуации всегда присутствуют, то этот момент также следует учитывать. Пример анализа влияния флуктуаций на определение положения точки бифуркации рассмотрен в работе [5].

Для определения положения точек бифуркации в данной работе использовано построение семейства временных трендов, наилучшим образом (с точки зрения используемых метрик) описывающих заданный отрезок временного ряда. Основная цель данной работы — апробировать предложенный алгоритм и на конкретных примерах показать наличие целого ансамбля результатов при использовании различных полиномов и метрик. При этом используемые временные ряды служат только для иллюстрации полученных результатов. Рассматривается построение статистической модели и апробация ее успешности с использованием количественных критериев на фактических и модельных временных рядах метеорологических величин. Предложенный в данной работе подход в дальнейшем может быть применен, например, при определении моментов времени, когда начались климатические изменения в различных регионах нашей планеты, или при ответе на вопрос, что стало увеличиваться раньше: выбросы углекислого газа или температура воздуха [5, 12].

Алгоритм поиска точек бифуркации

Как и в работе [5], в основе исследования алгоритма определения положения точек бифуркации внутри временного ряда лежит сравнение между собой разных отрезков такого ряда с их статистической моделью. В качестве моделей в данной работе, как и в работе [6], рассматриваются полиномы разных степеней (обозначим M как степень полинома), начиная от полинома нулевой степени. Для количественной оценки «близости» временного ряда и его модели могут быть использованы различные метрики, число которых в данной работе ограничено четырьмя [5, 13].

Определение положения точек бифуркации включает последовательное выполнение следующих этапов:

- выбор числа ТБ (B), которое будет определяться в данном временном ряду;
- выбор статистической модели для всех $(B + 1)$ отрезков временного ряда — в данной работе это определение степени аппроксимирующего полинома M ;
- выбор вида метрики, используемой для количественной оценки близости элементов каждого из $(B + 1)$ отрезка временного ряда с их моделью;
- формирование на основе прямого перебора внутри временного ряда $(B + 1)$ отрезков разной длины: в зависимости от степени полинома минимальная длина отрезка не может быть меньше $(M + 1)$;
- оценка успешности каждого такого разбиения с помощью выбранной метрики;
- по минимуму суммы метрик для $(B + 1)$ отрезков временного ряда определение оптимального разбиения и, соответственно, нахождение потенциальных положений точек бифуркации;
- проверка статистической значимости разбиения с помощью критерия Фишера.

Как видно из рассмотрения перечисленных этапов, весь процесс нахождения положения точек бифуркации во многом носит субъективный характер и, следовательно, зависит от опыта и квалификации исследователя. Однако это не умаляет важности данного этапа анализа свойств временных рядов, так как открывает новые возможности в интерпретации описываемых этими рядами процессов как в прошлом, так и в будущем (в построении прогнозов).

Алгоритм определения положения одной точки бифуркации ($B = 1$) с использованием полиномов нулевой ($M = 0$) и первой ($M = 1$) степени детально рассмотрен в работе [5] для случая, когда в качестве метрики используется сумма среднеквадратических отклонений значений временного ряда от соответствующих им значений статистической модели. В данной работе число используемых метрик расширено до четырех, а степень используемых полиномов меняется от нуля до трех.

Обозначим значения временного ряда из n значений как вектор \mathbf{x} , а соответствующие им значения модели как \mathbf{y} . Тогда используемые метрики, позволяющие количественно оценить расстояние между отрезками временного ряда и соответствующими значениями математической модели, можно записать следующим образом [5, 13]:

среднеквадратичное отклонение (СКО)

$$\rho_{\text{ско}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}, \quad (1)$$

стандартная евклидова метрика (СЕМ)

$$\rho_{\text{Е}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}, \quad (2)$$

манхеттенское расстояние (MP)

$$\rho_M(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|, \quad (3)$$

относительное расстояние (OP)

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - y_i|}{|x_i + y_i|} \quad (4)$$

при $|x_i + y_i| \neq 0$.

Рассмотрим случай, когда ряд делится на два отрезка. Метрики, определяемые соотношениями (1) — (4), вычисляются для двух отрезков временного ряда: $(1 - n_1)$ и $((n_1 + 1) - n)$. Суммарное «расстояние» двух отрезков временного ряда от его математической модели будет определяться в виде

$$SS(n_1) = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n_1) + \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, n - n_1). \quad (5)$$

Для поиска точки бифуркации внутри исследуемого временного ряда необходимо последовательно произвести расчет всех значений параметра $SS(n_i)$, где $i = 1 + M, 2 + M, \dots, n - M$. Таким образом, точка бифуркации будет определяться положением экстремума параметра $SS(n_i)$, т. е. значением n_i , при котором параметр SS будет иметь минимум. Иллюстрация изменения параметра SS в процессе перемещения предполагаемой точки бифуркации n_i от $i = 1$ до $i = 43$ ($M = 0$) представлена на рис. 2. В рассматриваемом примере в качестве положения точки бифуркации будет выбран момент времени, соответствующий 21-му порядковому номеру измерения в исследуемом временном ряду.



Рис. 2. Пример поиска ТБ по значению параметра SS.

Fig. 2. Example of TB search by SS value.

Для количественной оценки «эффективности» произведенного разделения ряда на отрезки можно использовать сравнение значений среднеквадратического отклонения для всего ряда $\sigma_{\text{ряда}}$, когда его временной тренд определяется полиномом степени M , и суммарного среднеквадратического отклонения $\sigma_{\text{ступ}}$ его отрезков. В случае двух отрезков суммарное среднеквадратическое отклонение вычисляется по формуле [5]

$$\sigma_{\text{ступ}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 \cdot n_1 + \sigma_2^2 \cdot (n - n_1)}{(n - 1)}}, \quad (6)$$

где n — общая длина временного ряда; n_1 и $(n - n_1)$ — длина соответственно первого и второго отрезков ряда, разделенных точкой бифуркации; σ_1 и σ_2 — среднеквадратические отклонения значений фактического временного ряда от модельных, построенных полиномами заданной степени для двух отрезков соответственно.

Для оценки значимости проведенного разделения следует сравнить значение критерия Фишера

$$F = \frac{\sigma_{\text{ряда}}^2}{\sigma_{\text{ступ}}^2} \quad (7)$$

с критическим его значением $F_{\text{кр}}$. Если выполняется неравенство $F > F_{\text{кр}}$, то будем считать, что проведенное разделение статистически значимо с заданной при определении $F_{\text{кр}}$ доверительной вероятностью α .

Апробация алгоритма

Для проведения исследования влияния вида метрики и степени аппроксимирующего временной тренд полинома на результат определения положения точки бифуркации использовались временные ряды, описывающие изменчивость температуры воздуха и атмосферного давления в различных временных масштабах.

Типичные результаты, полученные при аппроксимации двух отрезков временных рядов с помощью различных метрик (формулы (1) — (6)), приведены на рис. 3—5.

Первый исследуемый ряд — фрагмент суточного хода температуры воздуха, состоящий из данных 98 измерений с интервалом 15 мин, представлен на рис. 3. Среднеквадратическое отклонение ряда составляет 1,19 °С, средняя температура –2,93 °С (ряд 1) [14]. С учетом анализа суточного хода температуры воздуха в данном случае фактической ТБ может служить отсчет № 34, а представленные на рис. 3 графики показывают, насколько положение ТБ может варьировать в зависимости от выбранной метрики и степени аппроксимирующего полинома.

Второй ряд (ряд 2), представленный на рис. 4, — временной ход атмосферного давления (среднее значение 1007,22 гПа, среднеквадратическое отклонение 5,78 гПа, число измерений 1010, интервал измерений 15 мин) [14]. С учетом проведенного анализа моментом смены характера протекающего синоптического процесса должен служить отсчет № 775.

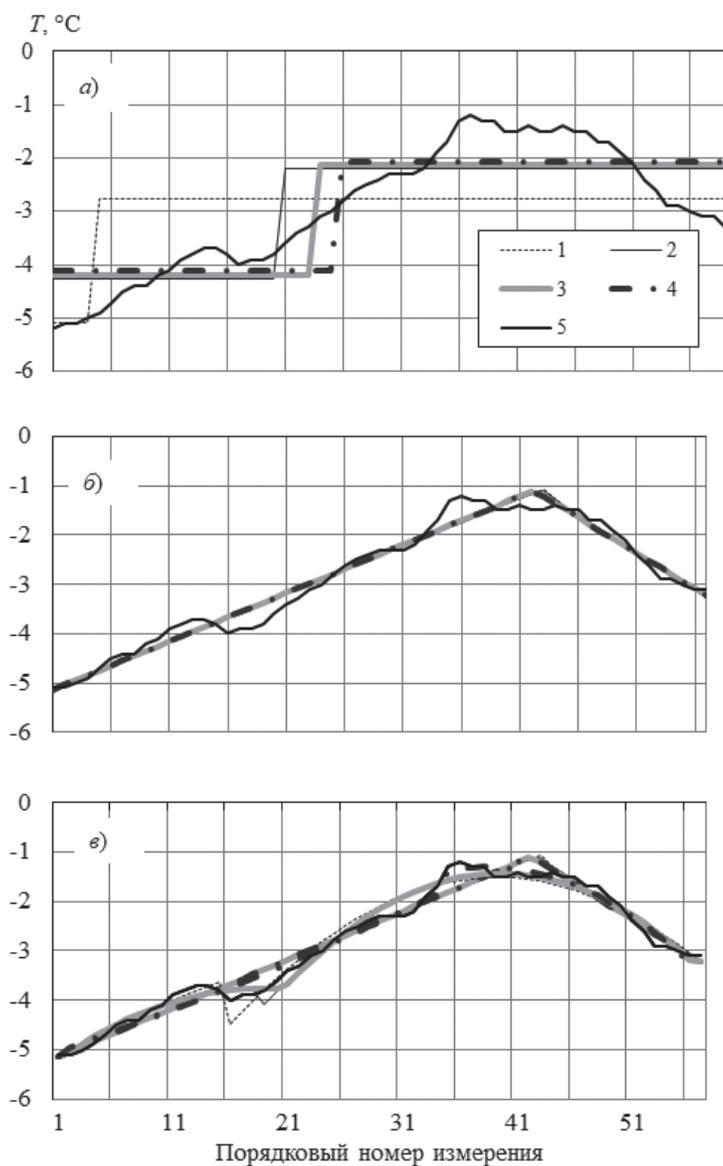


Рис. 3. Временные ряды мгновенных значений температуры и модели, полученные с помощью четырех метрик.

a — нулевая степень полинома, *b* — первая, *c* — вторая.
 1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — фактический ряд.

Fig. 3. Time series of instantaneous values of temperature and models obtained using four metrics.

a — zero, *b* — first, *c* — second degrees.
 1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — the actual number.

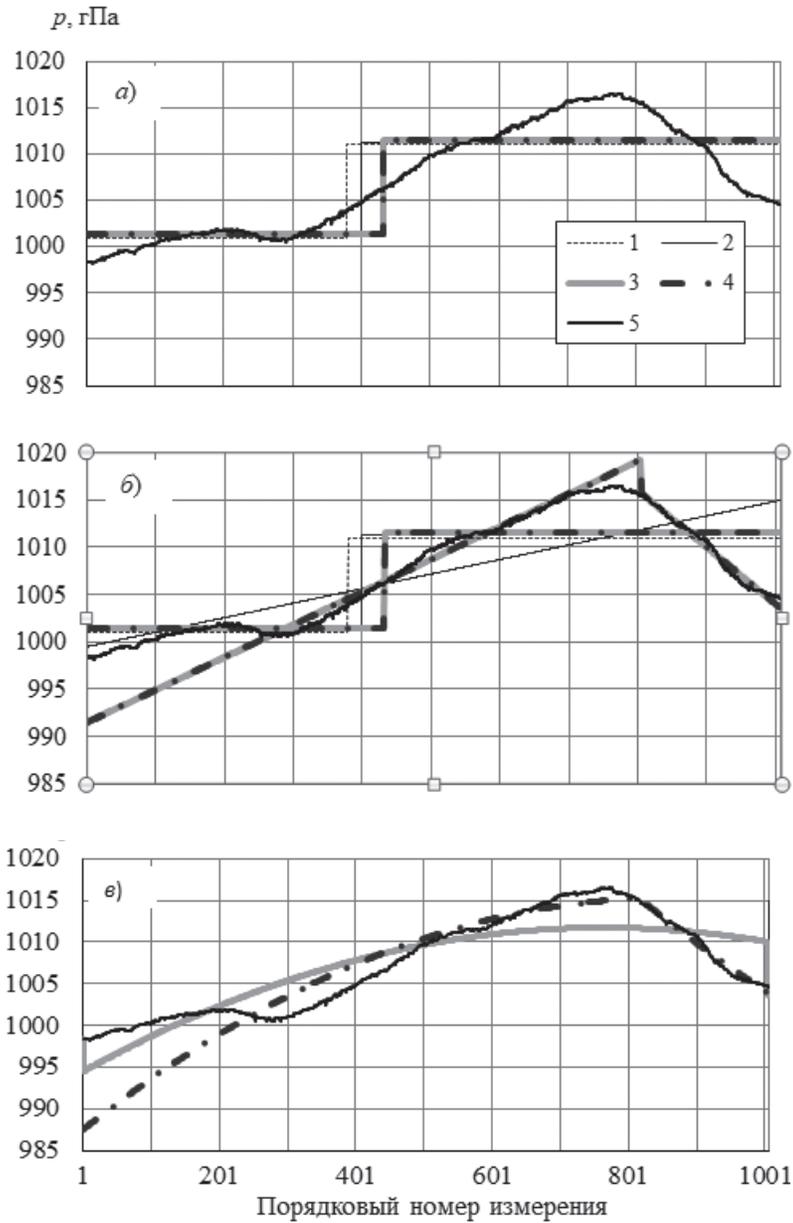


Рис. 4. Временные ряды давления и модели, полученные с помощью четырех метрик.

a — нулевая степень полинома, *b* — первая, *c* — вторая.
 1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — фактический ряд.

Fig. 4. Pressure time series and models obtained using four metrics.

a — zero, *b* — first, *c* — second degrees.
 1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — the actual number.

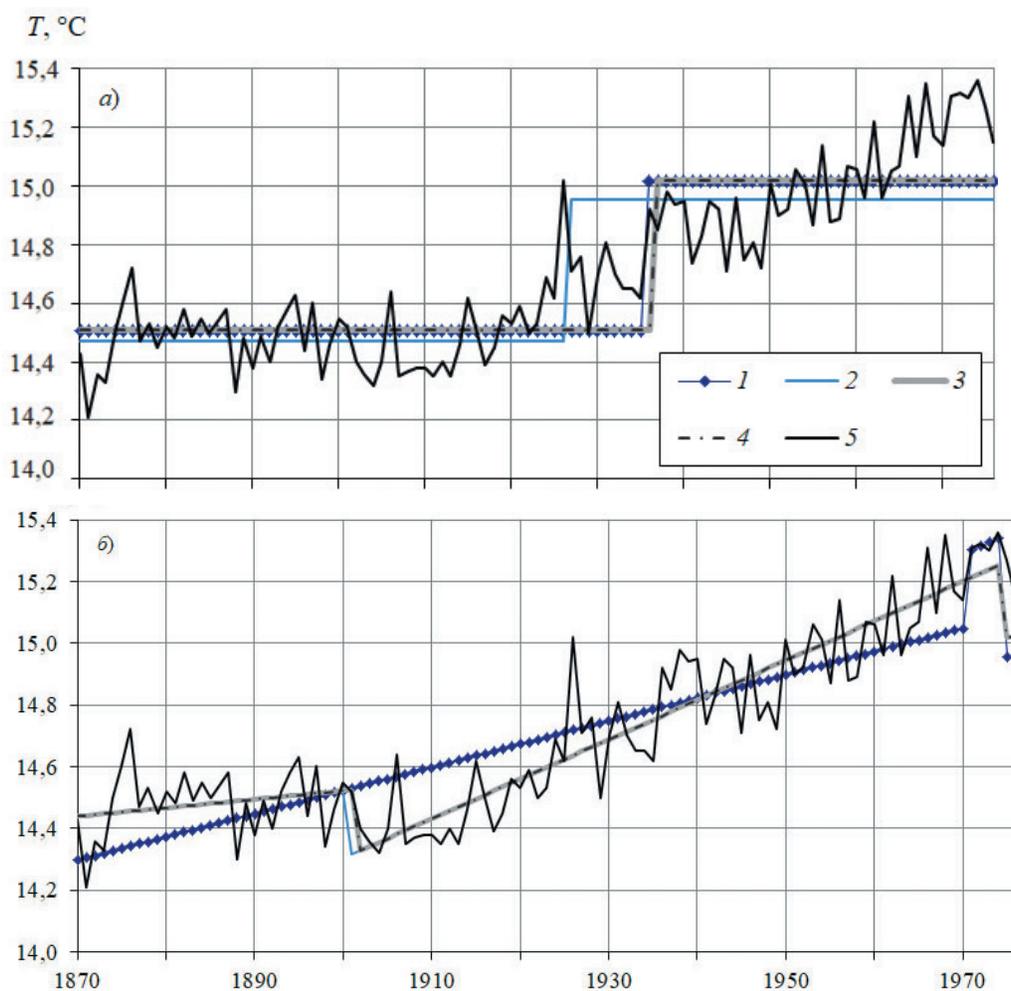


Рис. 5. Временные ряды модельной климатической температуры воздуха и модели, полученные с помощью четырех метрик.

a — полином нулевой степени, *б* — полином первой степени.

1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — фактический ряд.

Fig. 5. Time series of climatic air temperature and models obtained using four metrics.

a — zero, *б* — first degrees.

1 — СКО, 2 — СЕМ, 3 — МР, 4 — ОР, 5 — the actual number.

Кроме того, несомненно, интересный по своим результатам модельный климатический ряд, имитирующий изменение глобальной температуры воздуха с 1870 по 1980 г. с шагом в 1 год (ряд 3), [12] представлен на рис. 5 (средняя температура 14,7 °С, среднеквадратическое отклонение ряда 0,29 °С). Точкой бифуркации является 1909 г., когда скорость повышения температуры заметно увеличилась.

Значения среднеквадратического отклонения $\sigma_{\text{ступ}}$ аппроксимации отрезков слева и справа от точки бифуркации для трех рядов при использовании полиномов разных степеней и четырех метрик представлены в табл. 1. Также в таблице для каждого случая приведены порядковые номера, определяющие положение точек бифуркации в рассматриваемых рядах температуры и давления воздуха, рассчитанный критерий Фишера F (см. формулу (7)) и его критическое значение при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Во всех случаях (кроме одного) выполняется неравенство $F > F_{\text{кр}}$, т. е. проведенное деление статистически значимо.

Таблица 1

Расчетное значение критерия Фишера и соответствующее ему положение точки бифуркации, разделенные косой чертой

Calculation of Fisher 's criterion and its corresponding bifurcation point position separated by slash

Метрика	Степень полинома	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3
СЕМ	0	3,25/21	3,76/401	3,29/1936
	1	32,11/44	2,48/2	6,95/1902
	2	55,32/20	3,97/30	6,95/1974
	3	98,34/18	26,16/4	6,95/1873
СКО	0	1,26/4	3,5/379	3,29/1926
	1	32,11/44	2,48/2	4,29/1971
	2	39,23/16	4,0/3	4,29/1974
	3	39,23/4	26,16/4	6,95/1873
МР	0	3,57/23	4,0/433	3,74/1936
	1	35,40/43	5,06/807	6,95/1902
	2	62,94/21	3,97/3	6,95/1976
	3	117,03/18	26,16/4	8,41/1976
ОР	0	3,25/25	3,76/433	6,95/1936
	1	32,11/43	2,48/807	6,95/1902
	2	55,32/35	3,97/3	8,41/1976
	3	98,34/39	26,16/4	6,95/1976

Примечание. Ряд 1: $\sigma_{\text{ряда}} = 1,19$ °С, $F_{\text{кр}} = 1,55$, ТБ = 34; ряд 2: $\sigma_{\text{ряда}} = 5,78$ °С, $F_{\text{кр}} = 1,11$, ТБ = 775; ряд 3: $\sigma_{\text{ряда}} = 0,29$ °С, $F_{\text{кр}} = 1,37$, ТБ = 1909 г.

Из таблицы видно, что результаты работы алгоритма сильно различаются в зависимости от метрики и степени полинома. Если в качестве оценки точности аппроксимации принять степень необъясненной моделью исходной вариации $\sigma_{\text{ступ}}^2 / \sigma_{\text{ряда}}^2$, выраженную в процентах, то можно сказать следующее. Наибольшие ошибки получены при аппроксимации полиномом нулевой степени с использованием всех метрик. Типичные значения $\sigma_{\text{ступ}}^2 / \sigma_{\text{ряда}}^2$ в этом случае составляют 30 %.

Повышение степени полинома заметнее всего сказывается на аппроксимации ряда I — фрагмента суточного хода температуры воздуха; типичные значения $\sigma_{\text{ступ}}^2 / \sigma_{\text{ряда}}^2$ здесь составляют 1—3 %. Наилучшим с точки зрения локализации ТБ

в этом ряду оказался полином 2-й степени при использовании метрики относительного расстояния.

Ряд давления точнее всего аппроксимирован полиномом 3-й степени — ошибка составила 4 % независимо от используемой метрики. Однако минимальным расхождение в положении ТБ оказалось при использовании полинома 1-й степени и двух метрик: манхэттенское расстояние и относительное расстояние.

Самой низкой точность оказалась при аппроксимации модельной температуры. При использовании полинома 2-й степени с метрикой манхэттенское расстояние и полинома 3-й степени с метрикой относительное расстояние значение $\sigma^2_{\text{ступ}} / \sigma^2_{\text{ряда}}$ составило 12 %. Ближайшее местоположение ТБ к 1909 г. также получено при использовании этих метрик, однако с полиномами 1-й степени.

Заключение

Анализ полученного материала позволяет рекомендовать для реализации процесса определения положения точки бифуркации использование полиномов степеней от 1-й до 3-й и двух метрик: манхэттенское расстояние и относительное расстояние.

В то же время, как это часто бывает при попытке найти универсальный алгоритм на все возможные на практике случаи, предоставление одного строго регламентированного применения данного алгоритма не представляется возможным. Однако это не умаляет его практической ценности, так как проведение серии расчетов с различными метриками и степенями использованных полиномов дает исследователю богатый материал для более детального анализа тех процессов, которые определяют тот или иной временной ряд.

Проведенное исследование показало, что предложенный подход позволяет в определенной степени автоматизировать процесс определения положения точки бифуркации. В будущем авторы планируют обобщить предложенный подход для нахождения нескольких точек бифуркации внутри исследуемого ряда.

Список литературы

1. *Малинин В.Н.* Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. СПб: изд-во РГГМУ, 2008. 407 с.
2. *Ефременко Д.С., Кузнецов А.Д., Сероухова О.С.* Об одном алгоритме выявления локальных трендов при анализе метеорологических временных рядов // Ученые записки РГГМУ. 2016. № 45. С. 132—141.
3. *Губанов В.А.* Выделение тренда из временных рядов макроэкономических показателей // Научные труды Института народнохозяйственного прогнозирования РАН. 2005. № 3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vydelenie-trenda-iz-vremennyh-ryadov-makroekonomicheskikh-pokazateley> (дата обращения: 26.02.2020).
4. *Алдошкина Е.С., Кузнецов А.Д., Пугачев А.А., Сероухова О.С., Симакина Т.Е., Чукин В.В.* Опыт использования аппарата нейронных сетей для анализа и прогноза временного ряда температуры воздуха // Ученые записки РГГМУ. 2009. № 11. С. 91—100.
5. *Кузнецов А.Д., Саенко А.Г., Сероухова О.С., Симакина Т.Е.* Алгоритмы поиска момента смены тренда во временных рядах метеорологических величин // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 3. С. 74—89.

6. Восканян К.Л., Кузнецов А.Д., Сероухова О.С., Симакина Т.Е. К вопросу о выделении аддитивных составляющих временного ряда приземной температуры воздуха // Ученые записки РГГМУ. 2013. № 32. С. 55—65.
7. Восканян К.Л., Кузнецов А.Д., Сероухова О.С., Симакина Т.Е. Текущее прогнозирование экологических измерений на основе поиска аналогов / В сб.: Доклады XI Научно-прикладной международной конференции «Естественные и антропогенные аэрозоли». Санкт-Петербург, 16—18 октября 2018 г. СПб: Астерион, 2018. С. 84—92.
8. Зулпукаров М.-Г.М., Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В. Пример решения обратной задачи теории бифуркаций в динамической системе с шумом // Изв. Вузов. ПНД. 2005. Т. 13, № 5—6.
9. Анищенко В.С., Вадивасона Т.Е. Лекции по нелинейной динамике. Учеб. пособие для вузов, Ижевск: изд-во НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. 516 с.
10. Сажин Ю.В., Иванова И.А. Эконометрика. Учебник. Саранск: изд-во Мордов. гос. ун-та 2014. 316 с.
11. Ричард Т. Количественные методы анализа хозяйственной деятельности / Пер. с англ. М.: Дело и Сервис, 1999. 432 с.
12. Логинов В.Ф., Микушикина В.С. Изменение климата: тренды, циклы, паузы. Минск: Беларуская навука, 2017. 179 с.
13. Восканян К.Л., Кузнецов А.Д., Сероухова О.С., Симакина Т.Е. Оценка возможностей метода аналогов для текущего прогноза температуры воздуха // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. 2019. № 1 (58). С. 101—116.
14. Восканян К.Л., Кузнецов А.Д., Сероухова О.С. Автоматические метеорологические станции. Часть 2. Цифровая обработка данных автоматических метеорологических станций. Практикум. СПб: РГГМУ, 2016. 99 с.

References

1. Malinin V.N. *Statisticheskiye metody analiza gidrometeorologicheskoy informatsii*. Statistical methods for the analysis of hydrometeorological information. St. Petersburg: Russian State Hydrometeorological University, 2008. 408 p. [In Russian].
2. Efremenko D.S., Kuznetsov A.D., Seroukhova O.S. About one algorithm for identifying local trends in the analysis of meteorological time series. *Uchenye Zapiski RGGMU*. Scientific notes RSHU. 2016, 45: 132-141. [In Russian].
3. Gubanov V.A. Isolation of a trend from the time series of macroeconomic indicators. Scientific works of Institute of Economic Forecasting RAS. *Nauchnyye trudy Instituta arodnokhozyaystvennogo prognozirovaniya RAN*. 2005, 3. <https://cyberleninka.ru/article/n/vydelenie-trenda-iz-vremennyh-ryadov-makroekonomicheskikh-pokazateley> (accessed: 02.26.2020). [In Russian].
4. Aldoshkina E.S., Kuznetsov A.D., Pugachev A.A., Seroukhova O.S., Simakina T.E., Chukin V.V. The experience of using the apparatus of neural networks for analysis and forecasting the time series of air temperature. *Uchenye Zapiski RGGMU*. Scientific notes RSHU 2009, 11: 91-100. [In Russian].
5. Kuznetsov A.D., Saenko A.G., Seroukhova O.S., Simakina T.E. Algorithms for finding the moment of a trend change in the time series of meteorological variables. *Vestnik TvGU*. Bulletin of the Tver State University. Series: Applied Mathematics. 2019, 3: 74-89. [In Russian].
6. Voskanyan K.L., Kuznetsov A.D., Seroukhova O.S., Simakina T.E. On the issue of highlighting the additive components of the time series of surface air temperature. *Uchenye Zapiski RGGMU*. Scientific notes RSHU. 2013, 32: 55—65. [In Russian].
7. Voskanyan K.L., Kuznetsov A.D., Seroukhova O.S., Simakina T.E. Current forecasting of environmental measurements based on the search for analogues. *Materialy Konferencii*. Collection of reports of the XI scientifically-applied international conference “Natural and anthropogenic aerosols” in St. Petersburg, October 16-18, 2018. St. Petersburg: Asterion, 2018: 84-92. [In Russian].
8. Zulpukarov M.-G.M., Malinetskiy G.G., Podlazov A.V. An example of solving the inverse problem of bifurcation theory in a dynamical system with noise. *Izv. Universit. PND*. 2005, 13, 5. [In Russian].
9. Anischenko V.S., Vadivasona T.E. Lectures on nonlinear dynamics. Textbook manual for universities. *Lektsii po nelineynoy dinamike*. Izhevsk: Publishing House of the Scientific and Research Center “Regular and chaotic dynamics”, 2011. 516 p. [In Russian].

10. Sazhin Yu.V., Ivanova I.A. Econometrics. Textbook. *Ekonometrika*. Mordovian State University Publishing House, 2014: 316 p. [In Russian].
11. Richard T. Quantitative methods of analysis of economic activity. *Kolichestvennyye metody analiza khozyaystvennoy deyatel'nosti*. Izv. Universit. PND. 1999 432 p. [In Russian].
12. Loginov V.F., Mikushkina V.S. Climate change Trends, cycles, pauses. *Izmeneniye klimata: trendy, tsikly, pauzy*. Minsk: Belarusian Science, 2017:179 p. [In Russian].
13. Voskanyan K.L., Kuznetsov A.D., Seroukhova O.S., Simakina T.E. Evaluation of the capabilities of the analogues method for the current air temperature forecast. *Vestnik TvGU*. Bulletin of Tver State University, Series "Applied Mathematics". 2019, 1 (58): 101-116. [In Russian].
14. Voskanyan K.L., Kuznetsov A.D., Seroukhova O.S. *Avtomaticheskiye meteorologicheskiye stantsii. Chast' 2. Tsifrovaya obrabotka dannykh avtomaticheskikh meteorologicheskikh stantsiy*. Automatic weather stations. Part 2. Digital processing of data from automatic weather stations. Tutorial. St. Petersburg: RGGMU, 2016: 99 p. [In Russian].

Статья поступила 16.03.2020

Принята после доработки к публикации 06.05.2020

Сведения об авторах

Кузнецов Анатолий Дмитриевич, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры экспериментальной физики Российского государственного гидрометеорологического университета; e-mail: kuznetsov1946@inbox.ru

Сероухова Ольга Станиславовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры метеорологии, климатологии и охраны атмосферы Российского государственного гидрометеорологического университета; e-mail: serouhova@inbox.ru

Симакина Татьяна Евгеньевна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры экспериментальной физики атмосферы Российского государственного гидрометеорологического университета; e-mail: tatiana.simakina@gmail.com

Information about authors

Kuznetsov Anatoly Dmitrievich, Grand PhD (Phys. Mat. Sci.), Professor, Department of Experimental Atmospheric Physics, Russian State Hydrometeorological University

Seroukhova Olga Stanislavovna, PhD (Phys. Mat. Sci.), Associate Professor, Department of Meteorology, Climatology and Atmosphere Protection, Russian State Hydrometeorological University

Simakina Tatyana Evgenievna, PhD (Phys. Mat. Sci.), Associate Professor, Department of Experimental Atmospheric Physics, Russian State Hydrometeorological University