ОКЕАНОЛОГИЯ

УДК 551.513.11 doi: 10.33933/2074-2762-2020-61-480-493

Парадокс Россби и его решение

В.Г. Гневышев[1], Т.В. Белоненко[2]

[1] Институт океанологии РАН им. П.П. Ширшова, Москва
[2] Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, btvlisab@yandex.ru

В работе рассмотрены вопросы, возникающие при анализе взаимодействия волн Россби и струйных течений при анализе спутниковых альтиметрических данных. Обычно такое взаимодействие рассматривают в рамках линейной теории, где в дисперсионном соотношении для фазовой скорости появляется дополнительное слагаемое — доплеровская добавка, то есть скорость фонового течения. Однако при этом возникает парадокс, который был сформулирован еще в 1939 г. Карлом Россби. Парадокс заключается в том, что фазовые скорости волн Россби и скорости течений несопоставимы по величине: обычно они в несколько раз, а иногда и на порядок, превышают фазовые скорости волн Россби, что противоречит логике суммирования фазовой скорости с доплеровской добавкой. В работе обсуждается этот парадокс и пути его решения.

Ключевые слова: волны Россби, ВКБ-приближение, нелинейность, дисперсионное уравнение, доплеровский сдвиг, фоновое течение.

The Rossby paradox and its solution

V.G. Gnevyshev[1], T.V. Belonenko[2]

[1] Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[2] Saint Petersburg State University, St. Petersburg, Russia, btvlisab@yandex.ru

We deals with issues that arise in the analysis of the interaction of Rossby waves and currents. Usually, such an interaction is considered within the framework of a linear theory, where an additional term appears in the dispersion relation for the phase velocity. It is the Doppler addition, that is the velocity of the background flow. However, in this case, a paradox arises, which was formulated by Carl Rossby in 1939. The paradox consists in the fact that the phase velocities of Rossby waves and currents are not comparable in magnitude since the velocities of the current are usually several times (an order of 1—2 magnitude more) exceed the phase velocities of Rossby waves. Analysis based on altimetry data also confirms this contradiction. All this makes it impossible to interpret the interaction of Rossby waves and flows in terms of simple Doppler effect. The solution to the paradox should be sought in a nonlinear theory. The paper discusses the stages of the appearance of this paradox and the ways of its solution. We show that in the long-wavelength appoximation, nonlinearity can compensate not only weak dispersion, but also a more significant factor — the Doppler shift. This means that the waves are not stopped by the counter current, the speed of which is many times higher than the speed of the waves. Moreover, the waves are intensified, receiving additional source transformations due to nonlinearity. Based on satellite altimetry data, this paradox is illustrated for the Kuroshio and Antarctic Circumpolar Current regions.

Keywords: Rossby waves, WKB approximation, nonlinearity, dispersion equation, Doppler shift, background flow.

For citation: *V.G. Gnevyshev, T.V. Belonenko.* The Rossby paradox and its solution. *Gidrometeorologiya i Ekologiya*. Hydrometeorology and Ecology (Proceedings of the Russian State Hydrometeorological University). 2020, 61: 480—493. [In Russian]. doi: 10.33933/2074-2762-2020-61-480-493

Введение

Из теории нелинейных систем известно, что в рамках уравнения Кортевега — де Фриза (КдФ) нелинейность в точности компенсирует дисперсию. Компенсируя действие дисперсии, нелинейность дает возможность формироваться в дисперсионной среде стационарным волнам конечной амплитуды — уединенным (солитоны) и периодическим (кноидальные волны) [1, 2]. Дисперсия «растаскивает» волновой пакет, в то время как нелинейность стремится сделать огибающую более крутой. В результате эти два фактора, действующие в противоположных направлениях, полностью уравновешивают друг друга. Как следствие, появляются локализованные стационарные решения — солитоны. Поскольку в длинноволновом пределе дисперсия гравитационных волн является слабой, стремящейся к нулю, то фактически и нелинейность в таких решениях также является слабой. Поэтому решения солитонного типа КдФ-уравнения называют «слабонелинейными», что, в некотором смысле, принижает заслуги нелинейности, как некоего управляющего фактора.

В линейной постановке задачи, чтобы получить решение в виде стационарных неподвижных волновых возмущений, можно поступить следующим образом. Предположим, например, что линейная одномерная волна Россби распространяется на запад с фазовой скоростью $c_0 < 0$. Данная волна может быть остановлена направленным на восток встречным течением $U > 0$. Тогда фазовая скорость волны c в линейной постановке будет равна сумме собственной фазовой скорости c_0 и доплеровской добавке в виде скорости течения U, то есть $c = c_0 + U$. Отсюда следует, что для любой волны Россби можно подобрать соответствующее течение, которое остановит распространение волны, и в итоге мы получим стационарное неподвижное волновое решение $c = 0$. Именно так рассуждал Карл Россби, использовав такой прием, когда в 1939 г. сначала вывел дисперсионное соотношение для линейных волн, получивших впоследствии его имя, а затем применил его для объяснения стационарных волновых образований в атмосфере. Полученное дисперсионное соотношение для линейных волн Карл Россби называл «приближенным» [3].

Далее Карл Россби получил дисперсионное соотношение для фазовой скорости нелинейных волн Россби. В полученном выражении скорость фонового течения иначе влияет на распространение нелинейных волн по сравнению предыдущим случаем — линейным приближенным дисперсионным соотношением. Поскольку конкретные оценки Карла Россби для параметров атмосферы вызвали несущественные расхождения между линейными (приближенная формула) и точными, полученными по нелинейной формуле для скорости волн, и составили порядка 10 %, то дальнейший анализ этого расхождения Карл Россби не проводил. В современной трактовке этот результат объясняется как некая способность нелинейности создавать уклоны свободной поверхности, приводящие к появлению некоего эффективного β^*, который влияет на скорость распространения волны $\beta \to \beta^*$ (см. [4, 5], где трактовки очень похожи). В этой работе, перегруппировав слагаемые, мы предложим иную трактовку этого расхождения, позволяющую увидеть результаты с другой точки зрения.

Таким образом, β-параметр и дисперсионное соотношение для линейных и нелинейных баротропных планетарных волн (хотя и одномерное) с учетом доплеровского сдвига и учета завихренности фонового потока появилось в знаменитой работе Россби, опубликованной в 1939 г. Именно в этой работе появляется утверждение — длинные волны бегут на запад, короткие на восток. Там же Россби формулирует свой парадокс, который заключается в следующем, что линейные и нелинейные волны Россби по-разному реагируют на фоновое течение. Чтобы остановить нелинейную волну Россби с заданным волновым числом k требуется более сильное встречное течение по сравнению с линейной волной. Этот парадокс позже продублировал Дж. Педлоски [5], но не называет его именем Россби и не дает решения. Ответ на парадокс Россби, однако, лежит в нелинейности явления. Как показано в работе [6], нелинейность существенно конкурирует с доплеровским сдвигом, и для длинных волн наблюдается полное взаимное уничтожение этих эффектов.

Следует отметить, что Россби выделяет важность работы Бьеркнеса [7] в статье 1939 г., где впервые появляется понятие баротропного радиуса. Однако сам Россби его так не называет и определяет, как характерную величину, которая задает некий масштаб длин волн [3]. Однако ранее он этим же знаком обозначает радиус кривизны поверхности океана [8]. Отличие работ Бьеркнеса и Россби состоит в том, что, согласно Бьеркнесу, для бароклинных движений в атмосфере принципиальным моментом колебательных процессов является дивергенция в горизонтальной плоскости, в то время как Россби показал, что колебательные процессы могут существовать в океане и в бездивергентом режиме. Однако в его более поздней работе [9], где упоминается термин «радиус кривизны траектории столбца жидкости», динамические уравнения Россби очень близки к динамическим уравнениям из работы [7], которую Россби цитирует.

Отметим следующий результат Россби. При переходе от линейных решений к нелинейным длина волны нелинейного стационарного решения в 3,39 раз меньше соответствующей длины волны для линейного случая ([9], формула 46). Более того, стационарная волна конечной амплитуды значительно короче соответствующей стационарной линейной волны очень малой амплитуды. Данный факт ставит под сомнение результаты линейной бароклинной неустойчивости, которая подразумевает, что наиболее неустойчивые линейные волны и дают характерные масштабы вихревых океанских образований.

Парадокс, о котором идет речь в данной статье, заключается в следующем. Согласно Россби, для любой волны можно подобрать соответствующее течение, которое остановит распространение этой волны: $c = c_0 + U$, и в итоге мы получаем стационарное неподвижное волновое решение $c = 0$. Однако это утверждение вступает в конфликт с тем фактом, что в реальном океане фазовые скорости c_0, как минимум, на порядок меньше скоростей течения U, поэтому доплеровское сложение в принципе не может дать стационарного решения. И, таким образом, «течение не может остановить волну», как ранее утверждал Россби.

В нашей работе парадокс Россби разрешается следующим образом. Мы покажем, что в длинноволновом пределе сопротивление нелинейности доплеровскому

сдвигу настолько велико, что нелинейность (по аналогии с решениями КдФ уравнения) в точности компенсирует доплеровский сдвиг. В результате длинные нелинейные волны Россби перестают «чувствовать» фоновое стационарное течение и распространяются вне зависимости от абсолютного значения его скорости. При этом мы не будем делать никаких предположений о малости величины фонового течения U, которое и порождает доплеровский сдвиг.

Исходя из длинноволнового приближения, мы покажем, что в длинноволновом пределе именно нелинейность способна компенсировать не только слабую дисперсию, но и более существенный фактор — доплеровский сдвиг. Интерес к длинноволновому приближению волн Россби в последние годы стимулируется многочисленными работами с использованием альтиметрических данных. Оказывается, что наиболее интересен с прикладной точки зрения именно длинноволновой предел волн Россби. Такое независимое поведение нелинейных волн Россби (вихрей) в океане от фонового течения хорошо видно на альтиметрических данных, где распространение вихрей происходит квазинезависимо от скорости фонового течения (например, для Куросио, Гольфстрим и т. д.). В работе [6] ответ на парадокс Россби иллюстрируется для акватории Антарктического циркумполярного течения.

Таким образом, целью настоящей работы является обоснование и разрешение парадокса Россби, который формулируется следующим образом: для любой волны можно подобрать соответствующее течение, которое остановит распространение этой волны.

Основные формулы и их анализ

Рассмотрим нелинейное уравнение квазигеострофической завихренности на β-плоскости [5, 10]:

$$\frac{d_h}{dt}\left[\nabla_h^2\Psi + \left(\frac{1}{S}\Psi_z\right)_z + \beta y\right] = 0, \tag{1}$$

где Ψ — функция тока, $\beta = \dfrac{df}{dy}$, f — параметр Кориолиса, $S = \dfrac{N^2}{f^2}$, N — частота Брента-Вяйсаля,

$$\frac{d_h}{dt} \equiv \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right], \quad \nabla_h^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \tag{2}$$

ось x направлена на восток, ось y — на север, а ось z — вверх. Результат, который Россби получил в 1939 г. [3], состоит в следующем. Рассмотрим два случая.

1. Дисперсионное соотношение для линейных волн Россби

В терминологии Россби это дисперсионное соотношение называется приближенным [3].

Предположим, что на фоне основного баротропного зонального потока есть малые возмущения. Тогда общее решение $\Psi(x, y, t)$ уравнения завихренности (1) ищем в виде:

$$\Psi(x,y,z,t) = \Psi_0(y) + \varepsilon_A \Psi_A(x,y,z,t), \tag{3}$$

где $\Psi_0(y)$ — основное стационарное фоновое течение, а $\Psi_A(x, y, t)$ — наложенные на него малые возмущения, ε_A — малый параметр, характеризующий отношение амплитуд возмущений к фоновому течению.

Полагая для простоты стратификацию постоянной, а $\Psi_0(y) = -Uy$, где U — зональная составляющая скорости течения, решения для возмущений можно представить в следующем виде:

$$\Psi_A(x,y,z,t) = \Pi(z)\exp\left[i\left(kx + ly - \omega t\right)\right], \tag{4}$$

где k и l — зональное и меридиональное волновые числа, $\Pi(z)$ — амплитуда (решение спектральной задачи по z). Тогда получаем следующее выражения для фазовой скорости линейных волн Россби:

$$c = -\frac{\beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}} + U, \tag{5}$$

где $a = \dfrac{NH}{n\pi f_0}$ — радиус деформации Россби, $N \equiv \text{const}$ — частота Вяйсаля—Брента, $H \equiv \text{const}$ — глубина океана, f_0 — параметр Кориолиса, $\beta = \dfrac{df}{dy}$ — параметр приближения β-плоскости, n — номер моды. Для постоянной глубины H переменные разделяются.

В оригинальной работе [3] поперечная компонента волнового вектора равна нулю. Выражение (5) является законом сложения скоростей: собственной фазовой скорости волн $c_0 = -\dfrac{\beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}}$ и доплеровского сдвига U, которое можно трактовать следующим образом: для того, чтобы «остановить» волну, распространяющуюся на запад с фазовой скоростью c_0, нужно добавить течение, направленное в противоположную сторону, на восток, и которое имеет такую же по величине скорость: $U_1 = -c_0$ или

$$U_1 = \frac{\beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}}. \tag{6}$$

Именно в таком ключе рассуждал Hughes [11, 12], когда обсуждал волновод в Антарктическом циркумполярном течении и баланс его завихренности.

2. Дисперсионное соотношение для нелинейных волн Россби

Для нелинейных волн, решение уравнения завихренности (1) ищем в виде:

$$\Psi(x,y,z,t) = -Uy + \Pi(z)\exp\left[i\left(kx + ly - \omega t\right)\right]. \tag{7}$$

Отметим, что в выражении (7) нет малого параметра. Тогда, согласно [3], имеем следующее дисперсионное соотношение для нелинейных волн Россби (см. [5], формула (3.18.9)):

$$c_n = \frac{U\left(k^2 + l^2\right) - \beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}}. \tag{8}$$

Отсюда Россби находит вторую скорость U_2, которую необходимо «приложить», чтобы «остановить нелинейную волну» (чтобы волна стала стационарной):

$$U_2 = \frac{\beta}{\left(k^2 + l^2\right)}. \tag{9}$$

Отсюда следует, что

$$U_2 > U_1. \tag{10}$$

Таким образом, получается что необходимо приложить более сильное течение для нелинейной волны, по сравнению с линейной, чтобы она стала стационарной. Можно даже сказать, что нелинейная волна меньше подвержена доплеровскому влиянию. О двояком характере влияния течения на нелинейную волну через изменение градиента эффективного потенциального вихря указывают также [4, 5].

Отметим, однако, следующий интересный факт. Сначала перепишем дисперсионное соотношение для нелинейных волн Россби в виде, где нелинейный фактор выделим в отдельное (второе) слагаемое:

$$c_n = -\frac{\beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}} - U\frac{a^{-2}}{k^2 + l^2 + a^{-2}} + U. \tag{11}$$

В таком виде выражение для фазовой скорости нелинейных волн Россби гораздо легче сравнить с выражением (5) для линейных волн, в котором:

— первое слагаемое — собственная фазовая скорость линейной волны;

— второе слагаемое — нелинейное сопротивление волны доплеровскому сдвигу (стремление нелинейности компенсировать влияние доплеровского сдвига);

— третье слагаемое — доплеровский сдвиг (добавка).

Важно отметить, что нелинейность и доплеровский сдвиг всегда имеют противоположные знаки, что наводит на некую аналогию с нелинейностью и дисперсией. Первое и третье слагаемые — это в точности полученное ранее выражение для фазовой скорости линейных волн. Второе слагаемое — это и есть нелинейная добавка.

Как показывают результаты последних исследований [13], наиболее актуальным для океана является длинноволновое приближение $k^2 + l^2 << a^{-2}$. Тогда из (11) видно, что чем длиннее волна, тем она все менее и менее подвержена влиянию доплеровского сдвига, и в предельном случае нелинейная добавка в точности компенсирует доплеровский сдвиг [6]. В результате, получаем следующее выражение для фазовой скорости нелинейной волны Россби, в котором полностью

отсутствует влияние фонового течения $c_n = -\dfrac{\beta}{k^2 + l^2 + a^{-2}}$, и в длинноволновом пределе при $\left(k^2 + l^2\right) << a^{-2}$, получаем выражение для фазовой скорости:

$$c_n = -\beta a^2. \tag{12}$$

Таким образом, парадокс Россби разрешается следующим образом: нелинейные длинные волны Россби могут существовать, как бы не замечая фонового течения, какой бы величины не достигала скорость фонового потока. Нелинейность в длинноволновом пределе в точности компенсирует влияние доплеровского сдвига. Похожее поведение демонстрируют вихри, развивающиеся на Антарктическом циркумполярном течении [6], а также, например, волны Россби в зоне действия Куросио.

Интерпретация парадокса Россби для северо-западной части Тихого океана

Сформулируем кратко сказанное в предыдущих пунктах в виде следующих утверждений:

— Для любых линейных волн, в том числе и линейных волн Россби, можно подобрать встречное течение и остановить волну.

— Помимо линейных, есть нелинейные волны Россби, которые сами по себе парадоксальны уже тем, что дисперсионное соотношение нелинейных волн Россби зависит не от амплитуды волны, а только от волнового числа, в то время как нелинейность, как правило, — это зависимость скорости волны от амплитуды (стоксова поправка, солитоны и т. д.).

— Самое парадоксальное заключается в том, что нелинейные волны Россби вырабатывают некий иммунитет к течению (доплеровской поправке) и способны распространяться, не замечая (при длинноволновом приближении) течение вообще. То есть на самом деле, никакое «течение не остановит длинную нелинейную волну Россби». Эта волна его просто не замечает, распространяясь сквозь течения.

Проиллюстрируем это на примере течения Куросио с использованием данных спутниковой альтиметрии. Куросио — мощное течение северной части Тихого океана, его расход составляет 20—30 Св (1 Св = 10^6 м^3/с), у берегов Японии расход может достигать 50 Св. Мгновенные скорости Куросио на удалении от берегов Японии изменяются в диапазоне от 0,5 до 1,5 м/с [14—16]. Средние скорости течения, осредненные за период 1993—2018 гг., достигают в основной струе 40 см/с (рис. 1). Разрез по 30° с. ш. проходит южнее основной струи, в то время как разрез по 35° с. ш. проходит вдоль струи Куросио. Куросио является мощным течением северо-западной части Тихого океана. На рис. 1 хорошо видна струя течения, его скорости которого рассчитаны по альтиметрическим данным (ADT, абсолютная динамическая топография). На вкладках рис. 1 также показаны зональные пространственно-временные диаграммы аномалий уровня, построенные для двух широт: 30° и 35° с. ш. На этих разрезах хорошо видно, что изоплеты имеют характерный наклон, демонстрирующий западное распространение волн

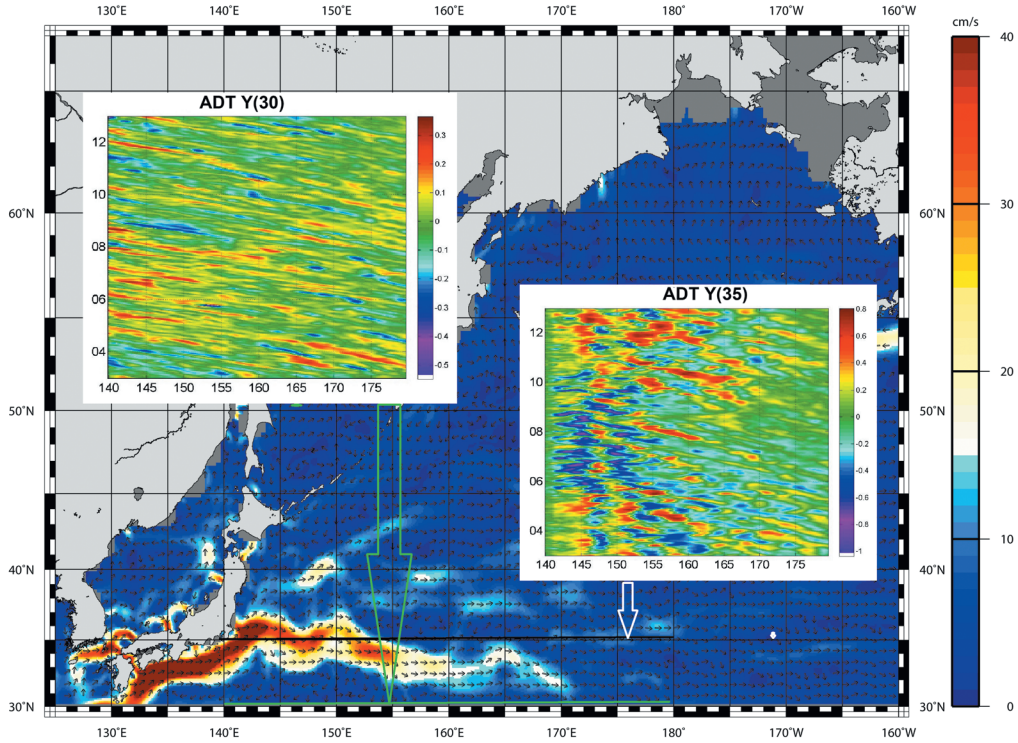

Рис. 1. Средние течения в северо-западной части Тихого океана, рассчитанные по альтиметрическим данным (шкала м/с). Осреднение за период 1993—2018 гг. На вкладках показаны пространственно-временные диаграммы изменения аномалий уровня океана (м) вдоль 30° и 35° с. ш. (Hovmöller diagrams). Диапазон долгот 140°—180° в. д.

Fig. 1. Mean currents in the northwestern Pacific calculated from altimetry (scales/s). Averaging for the period 1993—2018. The tabs show Hovmöller diagrams of sea level anomalies (m) along 30° and 35° N. The longitude ranges in 140°—180° E.

Россби. Также видно, что волны распространяются практически без дисперсии. Фазовая скорость волн составляет: 5—6 см/с (30° с. ш.) и 3—4 см/с (35° с. ш.) [17]. Известно, что с увеличением широты фазовая скорость волн уменьшается, но увеличивается нелинейность. В работе [18] показано, что если в низких широтах линейная теория может адекватно описывать распространение волн Россби, то широта 30° является критической, севернее которой (в северном полушарии) линейная теория постепенно перестает хорошо работать ввиду нарастания нелинейных процессов и турбулентности. Этот эффект можно также увидеть на вкладках рис. 1 при их сравнении.

На рис. 2 показаны спектры аномалий уровня вдоль рассматриваемых широт. Видно, что для 30° с. ш. энергия волн преимущественно характеризуется первой

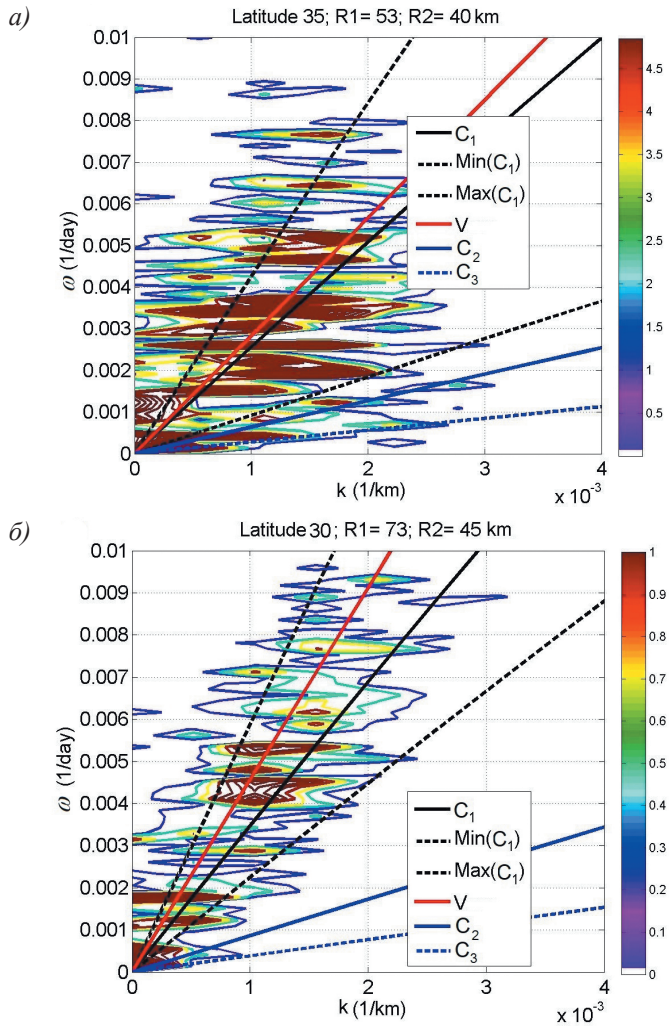

Рис. 2. Графики спектров аномалий уровня (2D-FFT) для 30° и 35° с. ш. По оси абсцисс отложены волновые числа с обратным знаком (ввиду западного распространения волн), по оси ординат — частота. Фазовые скорости волн Россби: V — эмпирическая скорость, рассчитанная по преобразованию Радона (красная линия); теоретические, рассчитанные по длинноволновому приближению $C_n = -\beta a^2$, для первой бароклинной (черная линия), второй и третьей бароклинной моды (синие линии). Черными пунктирами показаны диапазоны изменчивости фазовой скорости $C_1 = -\beta a^2$ (см. также [19]).

Fig. 2. Spectral plots of sea level anomalies l (2D-FFT) for 30° and 35° N. lat. On the x-axis is a wave number with the opposite sign (due to westward of the wave propagation), vertical axis is a frequency. Phase velocities of Rossby waves: V — empirical velocity calculated from the Radon transform (red line); theoretical velocities calculated from the long-wave approximation for the first baroclinic mode (black line) and for the second and third baroclinic modes (blue lines). The black dotted lines show the ranges of phase velocity variability $C_1 = -\beta a^2$ (see also [19]).

модой, в то время как для 35° с. ш. максимумы энергии длинных волн также соответствуют второй и третьей модам. На графике для первой моды показан диапазон изменчивости фазовой скорости, который обусловлен изменчивостью изменения частоты Вяйсаля—Брента по долготе и, соответственно, изменчивостью радиуса деформации, который зависит от частоты Вяйсаля—Брента (рис. 2*б*). На рисунке также видно, что «эмпирическая» скорость волн V, рассчитанная по альтиметрическим данным с использованием метода Радона, дает большие значения скоростей по сравнению с «теоретическими» скоростями, рассчитанными по длинноволновому дисперсионному соотношению (см. также [19]). Данный факт отмечается во многих публикациях, в частности, в [13, 18], и до сих пор не получил адекватного объяснения.

Отметим, что все расчеты, приведенные на рис. 2, получены без учета течения. Однако, как показано на рис. 1, разрез по 35° с.ш. проходит прямо вдоль стрежня Куросио, которое направлено на восток, т. е. навстречу распространяющимся на запад волнам. И, как показано на соответствующей вкладке рис. 1, это встречное течение не «останавливает» волны, но интенсифицирует их. Мы видим на шкалах этих графиков, что амплитуда волн на 35° с. ш., как минимум, в два раза превышает соответствующую амплитуду волн на 30° с. ш. Также при сравнении графиков видно, что не только изменяется амплитуда с увеличением широты, но также нарушается упорядоченный характер перемещения аномалий, который наблюдается на 30° с. ш. Все это происходит потому, что, во-первых, с увеличением широты увеличивается нелинейность сама по себе [18], а во-вторых, на 35° с. ш. течение оказывает влияние на распространение волн.

Максимумы спектров на 35° с. ш. имеют в несколько раз большие значения и, по сравнению с 30° с. ш., не локализованы, а расположены в широком диапазоне пространственных масштабов. Соответствующие длины волн изменяются от 500 до 1000 и более км. Периоды волн составляют 125—150 и более суток.

Таким образом, рис. 1 и 2 иллюстрируют парадокс Россби: волны не останавливаются встречным течением, скорость которого во много раз превышает скорость самих волн, но интенсифицируются, получая дополнительный источник трансформации за счет нелинейности (второе слагаемое в формуле (11)).

Однако существуют примеры, когда сильное встречное течение может существенно модифицировать рассмотренную выше ситуацию.

Итерпретация парадокса Россби для Антарктического циркумполярного течения

Антарктическое циркумполярное течение — самое мощное течение в Мировом океане. Его расход в различных частях варьируется в диапазоне от 100 до 185 Св (1 Св = 10^6 м^3/с), а мгновенные скорости могут превышать 1,5 м/с [20]. Сдвиг скорости на зональном струйном течении, каким является Антарктическое циркумполярное течение, может быть сравним с меридиональным изменением параметра Кориолиса β. В этом случае, в длинноволновом приближении нелинейность в точности компенсирует доплеровский сдвиг, вместо β рассматривается $\beta^* = \beta - U''_{yy}$ (рис. 3*а*), а вместо фазовой скорости c берется c^*, рассчитываемая

в длинноволновом приближении по формуле $c^* = -\beta a^2$ (рис. 3*б*). На рис. 3 видно, что c^*, как и β^*, могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. В данном случае сдвиговое течение не останавливает волны, но модифицирует их. И снова нелинейность компенсирует дисперсию и доплеровский сдвиг, однако

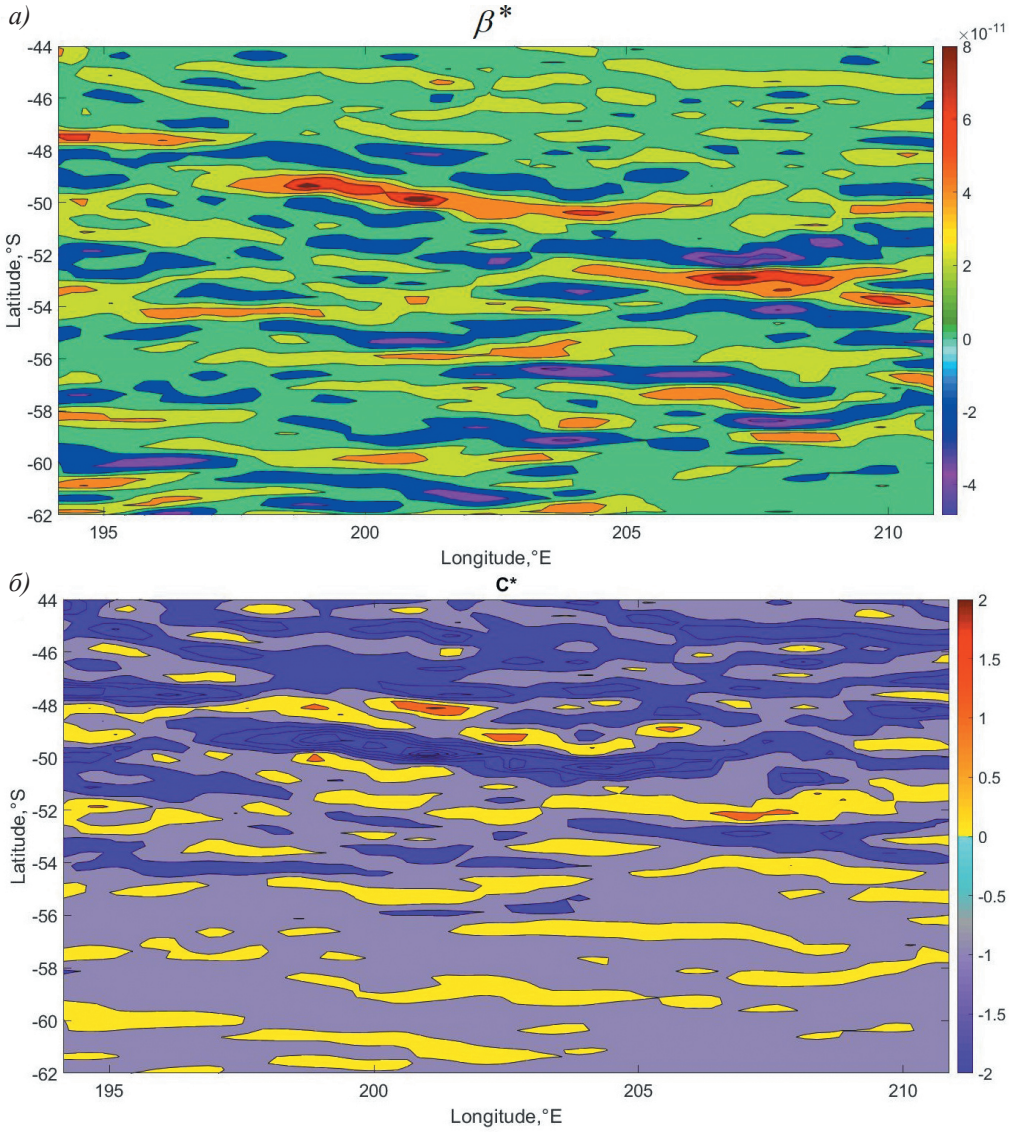

Рис. 3. Пространственное распределение эквивалентного β^* (*а*) и фазовой скорости c^* (*б*) в районе Антарктического циркумполярного течения.

Fig. 3. Spatial distribution of the equivalent β^* (*a*) and phase velocity c^* (*б*) in the Antarctic Circumpolar Current region.

здесь сдвиг течения и величины U''_{yy} могут превышать значения β. Если $U''_{yy} > 0$, то течение противопоставляется β-эффекту. Если $U''_{yy} < 0$, то сдвиговое течение усиливает β-эффект, и фаза волн получает дополнительную западную составляющую. Подробно этот вопрос изучен в работе [6].

Заключение

Основной вывод данной статьи заключается в том, что нелинейная теория позволяет разрешить основной парадокс, который неизбежно возникает в рамках линейной теории при анализе взаимодействия волн Россби с течением. Линейная теория трактует такое взаимодействие в терминах доплеровского сдвига. При этом возникает противоречие: скорости течения намного превышают фазовые скорости волн, и при таком подходе любое встречное течение способно «остановить» волны Россби. Однако волны Россби не только не «останавливаются» течением, но как бы распространяются на запад сквозь него с присущей им фазовой скоростью, и доплеровская добавка не позволяет их блокировать. Этот парадокс находит свое решение в рамках нелинейной теории, примененной к длинным волнам Россби. Оказывается, нелинейные волны Россби вырабатывают некий иммунитет к течению (доплеровской поправке) и способны распространяться, не замечая постоянное (при длинноволновом приближении) течение вообще. Мы проиллюстрировали это на конкретных примерах с использованием альтиметрических данных. Таким образом, кажущийся парадокс получает простое объяснение, и никакое течение не остановит длинную нелинейную волну Россби.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-05-00066.

Acknowledgments

The research was funded by RFBR, project No 20-05-00066.

Список литературы

1. *Zabusky N.J., Kruskal M.D.* Interactions of “solitons” in a collisionless plasma and the reccurence of initial states // Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15. P. 240—243.
2. *Буллаф Р., Кодри Ф.* Солитоны. М.: Мир, 1983. 410 с.
3. *Rossby C.G., et al.* Relation between variations in the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action // J. Mar. Res. 1939. V. 2. P. 38—55.
4. *Незлин М.В.* Солитоны Россби // Успехи физических наук. 1986. Т. 150, № 1. С. 1—58.
5. *Педлоски Дж.* Гидрофизическая гидродинамика: в 2-х томах. М.: Мир, 1984. Т. 1. 398 с.; Т. 2. 416 с. / Пер. с англ. *Pedlosky J.* Geophysical Fluid Dynamics. Berlin: Springer, 1979.
6. *Гневышев В.Г., Фролова А.В., Кубряков А.А., Собко Ю.В., Белоненко Т.В.* Взаимодействие волн Россби со струйным потоком: основные уравнения и их верификация для антарктического циркумполярного течения // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. №. 5. С. 39—50. doi: 10.1134/S0001433819050074.

7. *Bjerknes J.* Die Theorie der außertropischen Zyklonenbildung // Meteorologische Zeitschrift 1937. V. 54. P. 462—466.
8. *Rossby C.G.* On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II // J. Mar. Res. 1938. V. 2. P. 239—263.
9. *Rossby C.G.* Planetary flow patterns in the atmosphere // Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 1940. V. 66. P. 68—87.
10. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. М.: Мир, 1981. 846 с. / Перевод с англ. Е.Н. Амбарцумян и др. *LeBlond, P.H., Mysak, L.A.* Waves in the Ocean. Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 602 p.
11. *Hughes C.W.* Nonlinear vorticity balance of the Antarctic Circumpolar Current // J. Geophys. Res. 2005. 110, C11008. doi: 10.1029/2004JC002753.
12. *Hughes C.W.* The Antarctic Circumpolar Current as a waveguide for Rossby waves // J. Phys. Oceanogr. 1995. V. 26 (7). P. 1375—1387.
13. *Chelton, D.B., Schlax, M.G., Samelson, R.M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies // Prog. Oceanogr. 2011. 91. P. 167—216. doi: 10.1016/j.pocean.2011.01.002.
14. Истоки Ойясио. Монография / Под ред. В.Р. Фукса, А.Н. Мичурина. СПб., 1997. 246 с.
15. *Белоненко Т.В., Колдунов В.В., Старицын Д.К., Фукс В.Р., Шилов И.О.* Изменчивость уровня Северо-западной части Тихого океана. СПб.: СМИО-ПРЕСС. 2009. 309 с.
16. *Белоненко Т.В., Колдунов А.В., Колдунов В.В., Май Р.И., Рубченя А.В., Старицын Д.К., Фукс В.Р.* Атлас изменчивости уровня Северо-западной части Тихого океана. СПб.: СМИО-ПРЕСС, 2011. 304 с.
17. *Белоненко Т.В.* Наблюдения волн Россби в северо-западной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2012. Т. 9. № 3. С. 209—215.
18. *Tulloch R., Marshall J., Smith K.S.* Interpretation of the propagation of surface altimetric observations in terms of planetary waves and geostrophic turbulence // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. № C02005. doi:10.1029/2008JC005055.
19. *Белоненко Т.В., Кубряков А.А., Станичный С.В.* Спектральные характеристики волн Россби Северо-западной части Тихого океана // Исследование Земли из космоса. 2016. № 1—2. С. 43—52. doi: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
20. *Lebedev K.V., Tarakanov R.Yu.* A model study of the wind stress influence on the interannual variability of the Antarctic Circumpolar Current // Russ. J. Earth. Sci., 2018. 18, ES2002. doi: 10.2205/2017ES000610.

References

1. *Zabusky N.J., Kruskal M.D.* Interactions of “solitons” in a collisionless plasma and the reccurence of initial states. Phys. Rev. Lett. 1965, 15: 240—243.
2. *Bullough R.K., Caudrey P.J.* Solitons. Topics in Current Physics. 17. Springer, Berlin, Heidelberg. 1980: 410. doi: 10.1007/978-3-642-81448-8_1.
3. *Rossby C.G., et al.* Relation between variations in the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action. *J. Mar. Res.* 1939, 2: 38—55.
4. *Nezlin M.V.* Rossby solitons. Phys.-Usp. 1986, 29 (9): 807—842.
5. *Pedlosky J.* Geophysical Fluid Dynamics. Springer, Berlin. 1979: 624.
6. *Gnevyshev V.G., Frolova A.V., Kubryakov A.A., Sobko Yu.V., Belonenko T.V.* Interaction of Rossby waves with a jet stream: basic equations and their verification for the Antarctic circumpolar current. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Fizika Atmosfery i Okeana*. Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2019. 55, 5: 412—422. [In Russian]. doi: 10.1134/S0001433819050074.
7. *Bjerknes J.* Die Theorie der außertropischen Zyklonenbildung. Meteorologische Zeitschrift. 1937, 54: 462—466.
8. *Rossby C.G.* On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. J. Mar. Res. 1938, 2: 239—263.
9. *Rossby C.G.* Planetary flow patterns in the atmosphere. Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 1940, 66: 68—87.
10. *LeBlond, P.H., Mysak L.A.* Waves in the Ocean. Elsevier Scientific Publishing Company. 1978: 602.

11. *Hughes C.W.* Nonlinear vorticity balance of the Antarctic Circumpolar Current. J. Geophys. Res. 2005, 110: C11008. doi:10.1029/2004JC002753.
12. *Hughes C.W.* The Antarctic Circumpolar Current as a waveguide for Rossby waves. J. Phys. Oceanogr. 1995, 26(7): 375—1387.
13. *Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies. Prog. Oceanogr. 2011, 91, 167—216.
14. *Istojki Ojyasio*. The Origins of the Oyashio / Ed. by V.R. Foux & A.N. Michurin. St. Petersburg, 1997: 246 p. [In Russian].
15. *Belonenko T.V., Koldunov V.V., Staritsyn D.K., Foux V.R., Shilov I.O. Izmenchivost' urovnya Severo-zapadnoj chasti Tihogo okeana,* Variability of sea level of the North-Western part of the Pacific. St. Petersburg: SMIO-PRESS. 2009: 309 p. [In Russian].
16. *Belonenko T.V., Koldunov A.V., Koldunov V.V., May R.I., Rubchenya A.V., Staritsyn D.K., Foux V.R. Atlas izmenchivosti urovnya Severo-zapadnoj chasti Tihogo okeana*. Atlas of level variability in the North-Western part of the Pacific ocean. St. Petersburg: SMIO-PRESS. 2011: 304 p. [In Russian].
17. *Belonenko T.V.* Observations of Rossby waves in the North-Western part of the Pacific ocean. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa.* Modern problems of remote sensing of the Earth from space. 2012, 9(3): 209—215. [In Russian].
18. *Tulloch R., Marshall J., Smith K.S.* Interpretation of the propagation of surface altimetric observations in terms of planetary waves and geostrophic turbulence. J. Geophys. Res. 2009, 114, No C02005. doi: 10.1029/2008JC005055.
19. *Belonenko T.V., Kubrjakov A.A., Stanichny, S.V.* Spectral Characteristics of Rossby Waves in the Northwestern Pacific based on Satellite Altimetry. *Issledovanie Zemli iz Kosmosa*. Exploration of the Earth from space. 2016. 1—2: 43—52. doi: 10.21046/2070-7401-2016-13-2-34-43.
20. *Lebedev, K.V., Tarakanov R.Yu.* A model study of the wind stress influence on the interannual variability of the Antarctic Circumpolar Current, Russ. J. Earth. Sci., 2018, 18, ES2002. doi: 10.2205/2017ES000610.

Конфликт интересов: конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила 02.11.2020
Принята к публикации 02.12.2020

Сведения об авторах

Гневышев Владимир Григорьевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, avi9783608@gmail.com.

Белоненко Татьяна Васильевна, д-р геогр. наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет, btvlisab@yandex.ru.

Information about authors

Vladimir G. Gnevyshev, PhD, Senior Researcher, Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences.

Tatyana V. Belonenko, Grand PhD (Geogr. Sci.), Professor, Saint Petersburg State University.