

Методология определения фрактальной размерности водосборной территории

Н.Н. Красногорская¹, Е.А. Белозерова²

¹ НПП ООО «Юнисол», Уфа

² Башкирский государственный медицинский университет Министерства здравоохранения России, Уфа, elena.belozerova.ufa@gmail.com

В статье изложена методология определения фрактальной размерности водосборной территории на примере водосбора р. Уфы. Получены слои гидрографии водосборной территории р. Уфы в пяти масштабах: 1:2000000; 1:1000000; 1:500000; 1:200000; 1:100000. Проведен сравнительный анализ шести программ расчета фрактальной размерности методом box-counting. Авторами разработана программа «Автоматизированный расчет фрактальной размерности» (АРФР), имеющая следующие достоинства (по сравнению с другими программами): автоматическая обработка и минимизация субъективного фактора при определении фрактальной размерности, возможность работы с изображениями в формате jpg, отсутствие влияния цветового диапазона исследуемого изображения на результаты расчета, снижение трудозатрат при расчете. Проведено обоснование выбора программы и масштаба карт для определения фрактальной размерности.

Ключевые слова: фрактальная размерность, масштаб, гидрографическая сеть, водосбор, автоматический расчет.

Methodology for determining the catchment area fractal dimension

N.N. Krasnogorskaya¹, E.A. Belozerova²

¹ NPP Unisol LLC, Ufa, Russia

² Bashkir State Medical University, Ufa, Russia

Fractal analysis is a universal mathematical method that characterizes the majority of self-organizing natural objects and processes. As for hydrology, fractal dimension is an integral indicator of a river network that combines river tortuosity, river network density and number of small rivers in the catchment area. However, study of rivers fractal nature is difficult due to the lack of unified calculation methodology.

In this regard, the aim of the study is to develop a methodology for determining the catchment area fractal dimension. The object of the study is a hydrographic network of the drainage basin of the river Ufa (Republic of Bashkortostan, Russia). Current research has been based on 5 scales of the Ufa network: 1:100000; 1:200000; 1:500000; 1:1000000; 1:2000000. The fractal dimension has been calculated for 9 catchments of the Ufa basin using 6 open source programs: FrakOut, HarFa, Frac, Imagej, Frac_Lac, GIS for each scale under study.

Programs analysis has shown several limitations: subjective factor (the choice of the analysis step, the sizes of the minimum and maximum cells depend on the operator), limitations of computer power, functional limitations of programs and analyzed images. To minimize the effect of these shortcomings on the fractal dimension results, the authors have developed a plug-in for MathLab — the program «Automated calculation of fractal dimension» (ACFD).

The result of the study is a methodology for determining the fractal dimension of the catchment area. It has been proposed to use a raster image of hydrographic network with a resolution of 100 dpi. The maximum sufficient scale of the studied catchment area is 1:200000. To minimize the subjective factor, it is

recommended to use an automated calculation of fractal dimension (ACFD). The image of the catchment retains its geographic orientation. Computer must meet the system requirements for MATLAB R2020b.

Keywords: fractal dimension, scale, hydrographic network, catchment, automatic calculation.

For citation: *N.N. Krasnogorskaya, E.A. Belozerova. Methodology for determining the catchment area fractal dimension. *Gidrometeorologiya i Ekologiya*. Journal of Hydrometeorology and Ecology (Proceedings of the Russian State Hydrometeorological University). 2021. 62: 52—74. [In Russian]. doi: 10.33933/2074-2762-2021-62-52-74*

Введение

Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов предполагает анализ большого объема данных, в том числе картографической информации, с применением современных информационных технологий. Для раскрытия особенностей развития геосистем, в условиях сложного строения ландшафтов, учеными стал использоваться фрактальный анализ, помогающий выявлять скрытую регулярность и упорядоченность геосистем [1].

Фрактальный анализ — универсальный математический метод, позволяющий охарактеризовать большинство самоорганизующихся природных объектов и процессов. Единый методический подход к расчету фрактальной размерности дает возможность получить численное описание организации природных структур различного происхождения и сравнить их между собой [2].

Применительно к водосборной территории фрактальная размерность одновременно является показателем степени извилистости рек, густоты речной сети и количества малых рек на водосборной территории.

Исследованию фрактальной размерности водных объектов посвящен ряд работ отечественных и зарубежных исследователей [2—19]. Актуальность исследуемой темы подтверждается результатами анализа электронных реферативных баз, данных Scopus и Web of Science. Количество публикаций по теме «фракталы и речные системы» ежегодно увеличивается [20].

В работах [1, 21—26] подробно рассмотрены различные методы определения фрактальной размерности, приведены результаты расчетов фрактальной размерности с использованием различных программ. При этом установлено, что среди множества методов, для гидрографических сетей более всего подходит метод расчета box-counting. Однако, сопоставление фрактальных размерностей речных систем [5, 6, 21, 24—26] затруднено в связи с отсутствием единой методологии и единого мнения по следующим вопросам:

- достоверности фрактальной размерности в зависимости от масштаба исследуемого объекта (карты);
- изменения точности при использовании разных программ;
- влияния разрешения изображения исследуемого объекта при расчете фрактальной размерности.

Практическое применение значений фрактальной размерности гидрографических сетей требует разработки методологической базы для расчета этой размерности.

В этой связи целью настоящего исследования является разработка методологии проведения фрактального анализа водосборной территории.

В соответствии с поставленной целью сформулированы и решены следующие задачи:

1) подготовка гидрографической сети исследуемого водотока в нескольких масштабах;

2) расчет фрактальной размерности гидрографических сетей, относящихся к водосборной территории исследуемого водотока с помощью программ, реализующих метод box-counting;

3) статистический анализ полученных данных и обоснование выбора программы, масштаба и разрешения изображения для расчета фрактальной размерности.

Объектом исследования являлась гидрографическая сеть водосборного бассейна р. Уфы.

Исходные данные и методы исследования

Отработка методики проводилась с использованием 6 программ, находящихся в открытом доступе: FrakOut, HarFa, Frac, Imagej, Frac_Lac, QGIS. Работа с электронными картами осуществлялась в средах ArcGIS и QGIS. Определение фрактальной размерности производилось для пяти масштабов: 1:2000000, 1:1000000, 1:500000, 1:200000 и 1:100000. В качестве исходных данных для построения гидрографической сети водосборной территории р. Уфы использованы:

— топографические карты исследуемой территории (карты Генерального штаба СССР 1981—1987 гг., карты, составленные Государственным научно-внедренческим центром геоинформационных систем и технологий ФГУП Госгисцентр 2001 г.),

— открытые электронные карты мира Open Street Map [27];

— цифровая модель рельефа (ЦМР) построенная на основе SRTM (Shuttle radar topographic mission).

Подготовка слоя гидрографии рек для фрактального анализа

Для проведения фрактального анализа исследуемой территории построена гидрографическая сеть на основе цифровых и топографических карт. Сканированные листы топографических карт загружались из открытого ресурса [28]. В настоящем исследовании топографические карты с помощью ГИС преобразованы в цифровой формат.

После сканирования карт (с помощью стандартных функций ArcGIS) осуществлялась географическая привязка полученного растрового изображения и сопоставление листов карт друг с другом. Вручную оцифрованы слои гидрографии р. Уфы для каждого исследуемого масштаба. В итоге получено пять слоев гидрографии, представленных на рис. 1.

Как видно из рисунка, изображения масштабов (1:100000, 1:200000) отличаются более разветвленной структурой и большим количеством водотоков. При картографической генерализации происходит упрощение отображаемых объектов, в частности, «сглаживается» извилистость, сокращается количество притоков, что влияет на значение фрактальной размерности.

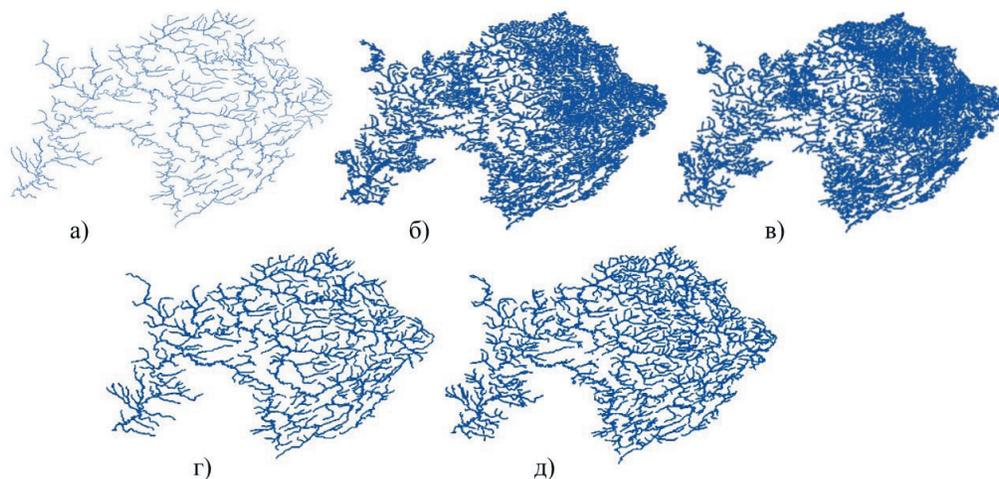


Рис. 1. Слои гидрографии бассейна р. Уфы для различных масштабов:
a — 1:2000000; *б* — 1:1000000; *в* — 1:500000; *г* — 1:200000; *д* — 1:100000.

Fig. 1. River Ufa network in various scales.

a — 1:2000000; *б* — 1:1000000; *в* — 1:500000; *г* — 1:200000; *д* — 1:100000.

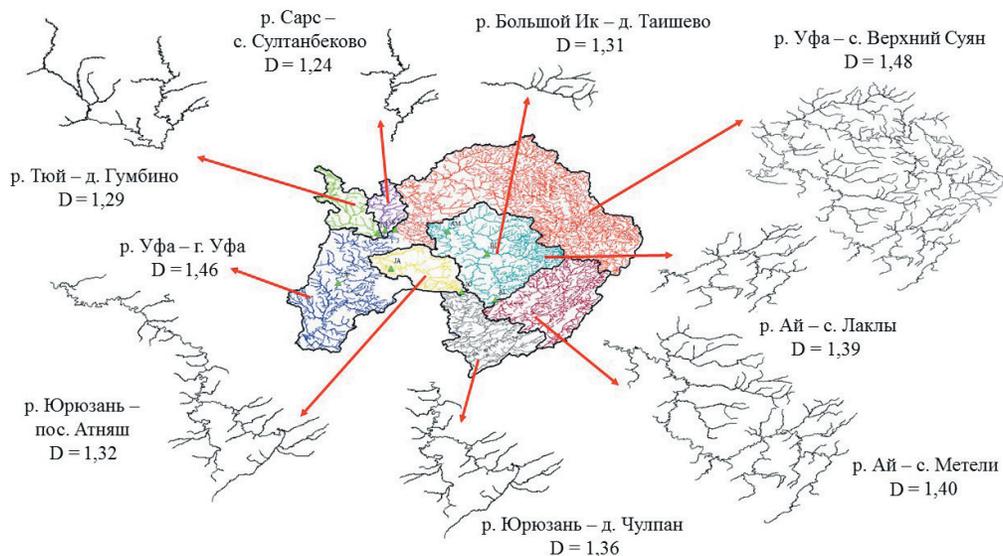


Рис. 2. Схема разделения бассейна р. Уфы на исследуемые водосборы.

Fig. 2. Scheme of the river Ufa basin division for several catchments.

Для проведения фрактального анализа гидрографическая сеть р. Уфы (во всех исследуемых масштабах) разделена на отдельные водосборные бассейны в среде ArcGIS (рис. 2).

Таким образом, выделены границы девять водосборов для водотоков, относящихся к бассейну р. Уфы: р. Ай — с. Лаклы, р. Ай — с. Метели, р. Большой Ик — д. Таишево, р. Сарс — с. Султанбеково, р. Тю — д. Гумбино, р. Уфа — г. Уфа, р. Уфа — с. Верх. Суян, р. Юрюзань — пос. Атняш, р. Юрюзань — д. Чулпан. Размеры полученных изображений водосборов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Размеры изображений водосборов в разных масштабах исследования
 Sizes of watershed images in different scales

№ п/п	Водосбор	Масштаб (пиксели)				
		1:2000000	1:1000000	1:500000	1:200000	1:100000
1	р. Ай — с. Лаклы	354 × 236	683 × 480	1408 × 1668	3572 × 2420	7126 × 4764
2	р. Ай — с. Метели	511 × 394	1020 × 774	2064 × 2688	5152 × 3792	10236 × 7677
3	р. Большой Ик — д. Таишево	217 × 79	440 × 143	870 × 494	2158 × 698	4330 × 1378
4	р. Сарс — с. Султанбеково	118 × 157	213 × 308	438 × 1042	1076 × 1564	1653 × 2323
5	р. Тюй — д. Гумбино	236 × 177	515 × 379	1036 × 1356	2596 × 1904	3150 × 2283
6	р. Уфа — г. Уфа	984 × 630	1998 × 1278	4016 × 4646	9944 × 6408	19882 × 12992
7	р. Уфа — с. Верх. Суян	708 × 551	1408 × 1144	2824 × 4032	6944 × 5616	13976 × 11418
8	р. Юрюзань — пос. Атняш	511 × 354	1002 × 688	2024 × 2448	4976 × 3240	9882 × 6969
9	р. Юрюзань — д. Чулпан	295 × 236	590 × 447	1240 × 1600	2900 × 1984	5905 × 4724

Из табл. 1 видно, что все изображения, подготовленные для фрактального анализа, имеют одинаковое разрешение 100 dpi, а их размеры изменяются от 19882 × 12992 до 217 × 79 пикселей.

Сравнительный анализ программных продуктов, применяемых для определения фрактальной размерности

В настоящем исследовании все рассматриваемые программы реализуют расчетный метод box-counting. В табл. 2 приведены программные продукты, используемые для определения фрактальной размерности.

Для сравнения программ выделены основные особенности (настройки), оказывающие влияние на конечный результат расчета фрактальной размерности:

- способ обработки изображения (автоматический/вручную);
- размер минимальной и максимальной ячеек;
- шаг анализа (способ увеличения размера ячейки от минимального до максимального);
- цветовой диапазон изображения;
- производительность ПК;
- разрешение (dpi);
- вид изображения (растр / вектор);
- субъективность полученных результатов;
- взаимное расположение расчетной сетки и исследуемого объекта.

Таблица 2

Программные продукты для определения фрактальной размерности
Software for fractal dimension determining

Название	Авторы	Тип	Инструменты	Тип изображения
FrakOut!	Google, GNU GPL v3, 2001 [29]	Фрактальный анализ	box-counting	Растровое
HarFA	Martin Nezhadal, Brno University, 1-Oct-2011 [30]	Фрактальный и Фурье-анализ	box-counting, Фурье анализ	Растровое
Frac	Hiroyuki Sasaki, 1998—2002 [31]	Фрактальная размерность	box-counting	Растровое
ImageJ	National Institutes of Health, 1997 [32]	Фрактальная размерность	box-counting	Растровое
FracLac	Audrey Karpieren, 2003 [32]	Фрактальный анализ	box-counting	Растровое
QGIS*	Eduard Kazakov, 2015 [33]	Фрактальная размерность Минковского	box-counting	Векторное

* Дополнительный модуль QGIS для расчета фрактальной размерности Minkowski dimension calculator.

Сравнительный анализ программ, используемых для расчета фрактальной размерности водотоков / речной сети, представлен в табл. 3. Знаки + / — обозначают, соответственно, достоинства / недостатки исследуемых программ.

Таблица 3

Сравнительный анализ программ
для определения фрактальной размерности
Comparative analysis of software products for fractal dimension determination

Характеристики программ	Программы, используемые для расчета фрактальной размерности методом box-counting					
	FrakOut!	HarFa	Frac	Imagej	Frac_Lac	QGIS
Автоматическая обработка изображения	—	+	+	+	+	+
Выбор размеров минимальной и максимальной ячеек не зависят от оператора	+	—	—	—	—	+ / —
Выбор шага анализа не зависит от оператора	+	—	—	—	—	+ / —
Результат не зависит от выбранного цветового диапазона	+	—	—	+	+	+
Возможность изменения положения расчетной сетки	—	—	—	—	+	—
Скорость обработки не зависит от производительности ПК	+	+	—	—	—	—
Изображение не требует преобразования в форматы, отличные от jpg	+	—	—	+	+	—
Возможность работы с векторным изображением	—	—	—	—	—	+
Нет возможности влиять на результат в процессе расчета	+	+	—	+	+	+

Примечание: + / — в зависимости от выбранного режима.

Как видно по данным, представленным в табл. 3, программы с наименьшим числом недостатков — FrakOut! и QGIS (Minkowski dimension calculator). Из 9 оцениваемых параметров на результаты расчета фрактальной размерности в программе FrakOut! влияли: невозможность изменения положения расчетной сетки, наличие погрешности на растровое изображение, а также обработка изображения вручную, которая значительно замедляла процесс расчета.

Количество времени, необходимое на обработку каждого исследуемого водосбора в программе FrakOut!, сведено в табл. 4. Как видно из этой таблицы, с увеличением масштаба исследуемого изображения время анализа увеличивается.

Таблица 4

Площади водосборов (км²) и время, для анализа каждого изображения (мин)
Catchment areas (km²) and time to analyze each image (min)

Водосбор	Площадь (км ²)	Время (мин)				
		1:2000000	1:1000000	1:500000	1:200000	1:100000
р. Ай — с. Лаклы	6440	73	122	162	720	1335
р. Ай — с. Метели	14200	96	121	403	2770	5008
р. Большой Ик — д. Таишево	1450	19	30	60	135	776
р. Сарс — с. Султанбеково	1300	23	29	78	165	500
р. Тюй — д. Гумбино	2180	86	68	142	340	890
р. Уфа — г. Уфа	53100	123	607	2949	16740	23456
р. Уфа — с. Верх. Суян	32400	108	471	751	9600	12418
р. Юрюзань — пос. Атнаш	6930	48	63	291	970	5040
р. Юрюзань — д. Чулпан	4850	30	81	166	732	2760
Суммарно по масштабу	—	606	1592	5002	32172	52183

Время расчета фрактальной размерности в остальных исследуемых программах не учитывалось, так как расчет производился автоматически и занимал несколько секунд, за исключением изображений в масштабах 1:200000 и 1:100000, обработка которых, в зависимости от производительности компьютера, занимала несколько минут.

Отличительной чертой программы QGIS являлась работа с изображением в векторном формате, что, с одной стороны, избавляло от погрешности растровых изображений, но, с другой — требовало векторизации анализируемых изображений. Результаты расчета QGIS зависели от производительности компьютера и метода построения расчетной сетки — Layer Grid или Feature Grid.

Метод Layer Grid включает в себя построение единой сетки на исследуемое изображение или совокупность исследуемых объектов. При расчете фрактальной размерности оператором задаются размеры начальной и конечной ячейки и шага анализа для всей совокупности исследуемых изображений (рис. 3 а).

Метод Feature Grid (рис. 3 б) подразумевает задание параметров расчета (величину начальной и конечной ячеек и шага анализа) для каждого исследуемого

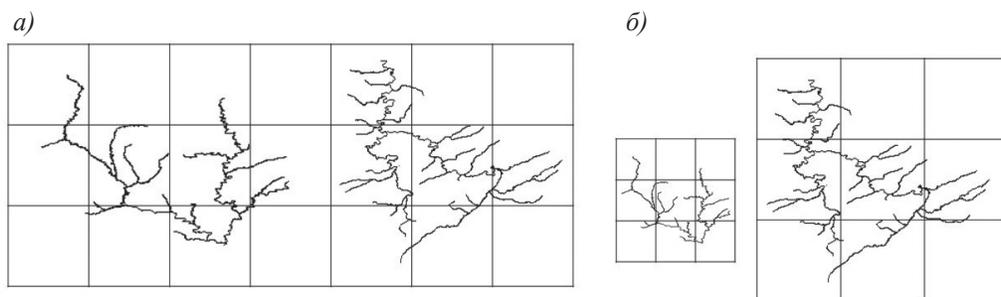


Рис. 3. Примеры применения методов Layer Grid (а) и Feature Grid (б).

Fig. 3. Examples of applying the Layer Grid (a) and Feature Grid methods (б).

изображения отдельно. Этот метод дает возможность одновременно работать с объектами разных масштабов.

В настоящем исследовании фрактальная размерность определялась с использованием подхода Layer Grid. Программы Imagej и Frac_Lac сходны по своим характеристикам, однако анализ изображения в программе Imagej предполагал изменение положения расчетной сетки по отношению к исследуемому изображению при определении фрактальной размерности. Программа с наибольшим количеством недостатков — Frac.

На основании расчетов и анализа программ, приведенных в табл. 3, можно сделать вывод, что к наиболее распространенным недостаткам программ относятся:

- субъективный фактор (выбор оператором шага анализа и размеров минимальной и максимальной ячеек);
- ограничения производительности компьютера;
- функциональные ограничения программ и анализируемых изображений.

Авторами разработана программа без вышеперечисленных недостатков — «Автоматизированный расчет фрактальной размерности» (АРФР) (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014618323 от 25.06.2014).

Описание работы программы

«Автоматизированный расчет фрактальной размерности» (АРФР)

В АРФР простота расчета сочетается с минимальной возможностью оператора влиять на конечный результат. АРФР представляет собой программный модуль для MatLab и реализует алгоритм box-counting в обратном порядке, двигаясь от наименьшей ячейки разделения к наибольшей. При работе в АРФР изначально изображение разбивалось на наименьшие квадраты размером 1×1 pix (наименьший элемент изображения). Далее программа запоминала закрашенные ячейки и делала отметку в левом верхнем углу, где на следующей итерации, при укрупнении ячейки расчетной сетки, будет находиться угол уже большей ячейки.

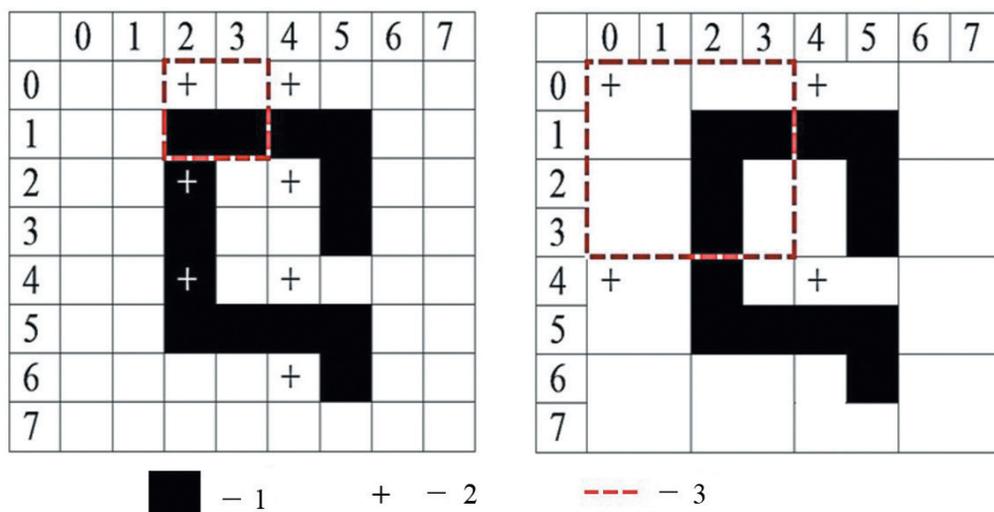


Рис. 4. Алгоритм работы АРФР:

1 — точки изображения; 2 — сигнальные точки в левом верхнем углу будущей ячейки;
3 — границы будущей ячейки.

Fig. 4. ACFD work algorithm:

1 — image points; 2 — signal points in the upper left corner of the future cell;
3 — the boundaries of the future cell.

В самом начале в будущей ячейке делалась отметка о наличии в ней изображения. На следующем укрупненном уровне снова делалась запись в левом верхнем углу будущей большей ячейки, чтобы показать наличие изображения на данном участке. На каждом последующем уровне размер ячейки увеличивается в 4 раза. На рис. 4 черными квадратами обозначены точки, содержащие изображение, знаком плюс — сигнальные точки в левом верхнем углу будущей ячейки, красная пунктирная линия указывает границы будущей ячейки.

Основными отличиями АРФР от аналогов является ускоренная автоматическая обработка изображения, благодаря его предварительному индексированию, что значительно снижает трудоемкость расчета.

Программа проставляла дополнительные метки в узлах разбиения, чтобы дважды не проходить по одному и тому же участку:

— шаг анализа и величина максимальной ячейки задавались автоматически и не зависели от выбора оператора (минимизация субъективного фактора);

— количество итераций (шаг анализа) и величина максимальной ячейки задавались автоматически и не зависели от выбора оператора (ликвидируется субъективный фактор).

Так как АРФР является плагином, то для его работы персональный компьютер должен соответствовать следующим системным требованиям для MATLAB R2020b [36].

- Операционная система от Windows 7 и выше.
- Процессор:
 - минимум: любой процессор Intel или AMD x86-64;
 - рекомендуется: любой процессор Intel или AMD x86-64 с четырьмя логическими ядрами и поддержкой набора инструкций AVX2.
- Диск:
 - минимум: 3,5 ГБ на жестком диске только для MATLAB, 5—8 ГБ для стандартной установки;
 - рекомендуется: SSD.
- Оперативная память:
 - минимум: 4 ГБ;
 - рекомендуется: 8 ГБ.

Таблица 5

Характеристики программы АРФР
Characteristics of the ACFD program

Характеристики программы	АРФР
Автоматическая обработка изображения	+
Выбор размеров минимальной и максимальной ячеек не зависят от оператора	+
Выбор шага анализа не зависит от оператора	+
Результат не зависит от выбранного цветового диапазона	+
Возможность изменения положения расчетной сетки	—
Скорость обработки не зависит от производительности ПК	—
Изображение не требует преобразования в форматы, отличные от jpg	+
Возможность работы с векторным изображением	—
Нет возможности влиять на результат в процессе расчета	+

Согласно данным, представленным в табл. 5, в АРФР учтено большинство факторов, потенциально вызывающих погрешности в результатах фрактального анализа. Однако особенность расчетного алгоритма АРФР не позволяет изменять положение расчетной сетки, скорость расчета зависит от производительности ПК. Программа работает только с растровыми изображениями, вследствие чего результаты расчета фрактальной размерности зависят от погрешностей генерализации карт. Эти результаты, полученные в АРФР, представлены на рис. 5. Величины фрактальной размерности водосборов изменялись в диапазоне от 1,18 до 1,49.

Как видно из рис. 5 и табл. 4, наибольшие значения фрактальной размерности характерны для крупных (по площади) водосборных территорий, что, по-видимому, связано с их более развитой гидрографической сетью. Самые высокие значения фрактальной размерности имеют: р. Уфа — г. Уфа (53100 км²), р. Уфа — с. Верхний Суян (32400 км²), наименьшие — р. Сарс — с. Султанбеково (1300 км²) и р. Тюй — д. Гумбино (2180 км²).

Как видно из рис. 5, для большинства водосборов масштаб практически не влиял на величину фрактальной размерности (диапазон вариации не превышал

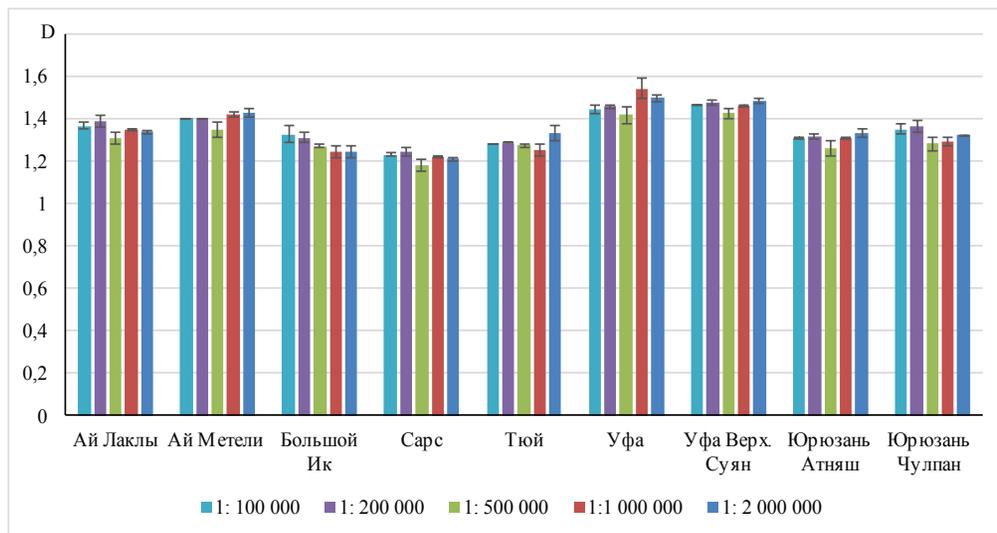


Рис. 5. Результаты расчета фрактальной размерности исследуемых водосборов, полученные в программе АРФР.

Fig. 5. Results of the fractal dimension of the studied catchments obtained by ACFD.

относительное значение погрешности). Исключение составил бассейн р. Большой Ик, где с увеличением масштаба происходило увеличение фрактальной размерности с 1,39 до 1,46, а также бассейн р. Тюй, где наибольшее значение 1,33 отмечалось при самом меньшем масштабе 1:2000000.

Одной из особенностей результатов расчета фрактальной размерности гидрографической сети явилось то, что значения фрактальной размерности в масштабе 1:500000 получились ниже, по сравнению с величинами, выявленными при других масштабах исследования. Это, вероятнее всего, связано с разницей в качестве анализируемых изображений.

Для всех программ, работающих с растровыми изображениями, характерно увеличение фрактальной размерности с уменьшением масштаба, что, по-видимому, связано с увеличением доли темных пикселей в изображениях меньшего размера. Программы, сканируя изображения, распознают темные пиксели и выдают завышенные значения фрактальной размерности, что никак не связано с усложнением рисунка речной сети.

На рис. 6 представлена доля (%) темных пикселей для каждого исследуемого водосбора в пяти масштабах.

Как видно на рис. 6, наибольшая доля темных пикселей по отношению к общему размеру изображения характерна для малых масштабов (1:1000000 и 1:2000000), тогда как для масштаба 1:100000 она не превышает 1%. Таким образом, результаты расчета фрактальной размерности изображений зависели от количества темных (цветных) пикселей на анализируемых водосборах.

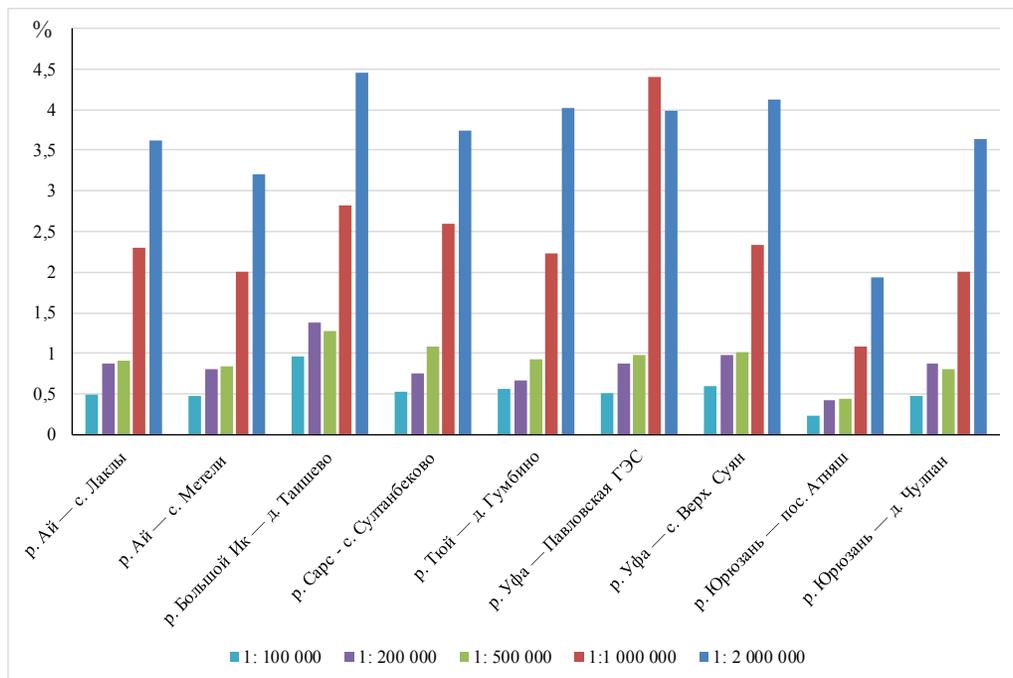


Рис. 6. Доля (%) темных пикселей в анализируемых водосборах в разных масштабах исследования.

Fig. 6. The number of dark pixels in the analyzed watersheds in different scales, %

Обоснование выбора программы и масштаба исследования для определения фрактальной размерности

Обоснование выбора программы и масштаба исследования выполнялись на основе статистической обработки данных в два этапа:

- 1) осуществлялись поиск и исключение грубых погрешностей среди всей выборки значений фрактальной размерности на основе критерия Романовского;
- 2) программа выбиралась с помощью кривых обеспеченности.

Выбор программы для расчета фрактальной размерности по критерию Романовского

Наличие грубых погрешностей среди общей совокупности ряда значений фрактальной размерности искажает результат сравнительного анализа программ. Отбрасывание резко отличающихся от других результатов измерений может привести к существенному искажению характеристик измерений. Поэтому первоначальная обработка экспериментальных данных включала проверку результатов расчетов на наличие грубых ошибок с помощью статистических критериев.

Проверяемая гипотеза состояла в утверждении, что результат наблюдения x_i не является грубой погрешностью, т. е. является одним из возможных значений измеряемой величины X . Проверялись наибольшее и наименьшее значения результатов измерений. Для проверки гипотезы задавалась доверительная вероятность q (уровень значимости) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений [34]. Вероятность $q = 0,05$ ($P = 95$ %) соответствовала критерию Романовского, равному 2,64. При оценке погрешности каждое значение фрактальной размерности по очереди ставилось под сомнение. Далее, при последовательном исключении сомнительных значений, рассчитывались средние арифметические значения и статистические средние квадратические отклонения (СКО).

При проверке всех масштабов исследования (1:100000, 1:200000, 1:500000, 1:1000000, 1:2000000) установлено, что значения $\text{HarFa } w+bw$ всегда являлись грубой погрешностью, поэтому они исключены из массива данных, средние арифметические значения и СКО определены без них. Средние значения фрактальной размерности и диапазоны погрешностей представлены в табл. 7.

Таблица 7

Средние значения фрактальной размерности
для исследуемых водосборов и их погрешности

Average values of fractal dimension for the catchments under study with errors range

Водосбор	1:100000	1:200000	Среднее значение 1:100000 1:200000	1:1000000	1:2000000	Среднее значение 1:1000000 1:2000000
р. Ай — с. Лаклы	1,38 ± 0,036	1,39 ± 0,035	1,39 ± 0,036	1,35 ± 0,041	1,33 ± 0,038	1,34 ± 0,040
р. Ай — с. Метели	1,41 ± 0,034	1,42 ± 0,040	1,42 ± 0,037	1,39 ± 0,039	1,39 ± 0,039	1,39 ± 0,039
р. Большой Ик — д. Таишево	1,33 ± 0,029	1,31 ± 0,034	1,32 ± 0,032	1,21 ± 0,037	1,22 ± 0,033	1,22 ± 0,035
р. Сарс — с. Султанбеково	1,26 ± 0,042	1,26 ± 0,045	1,26 ± 0,044	1,22 ± 0,037	1,21 ± 0,028	1,22 ± 0,033
р. Тюй — д. Гумбино	1,30 ± 0,040	1,30 ± 0,048	1,30 ± 0,044	1,28 ± 0,041	1,29 ± 0,041	1,29 ± 0,041
р. Уфа — г. Уфа	1,46 ± 0,039	1,47 ± 0,034	1,47 ± 0,037	1,50 ± 0,033	1,48 ± 0,036	1,49 ± 0,035
р. Уфа — с. В. Суян	1,48 ± 0,032	1,49 ± 0,032	1,49 ± 0,032	1,45 ± 0,033	1,47 ± 0,034	1,46 ± 0,034
р. Юрюзань — пос. Агняш	1,32 ± 0,025	1,32 ± 0,028	1,32 ± 0,027	1,28 ± 0,031	1,29 ± 0,029	1,29 ± 0,030
р. Юрюзань — д. Чулпан	1,35 ± 0,047	1,36 ± 0,040	1,36 ± 0,044	1,30 ± 0,044	1,32 ± 0,041	1,31 ± 0,043

Наиболее близкие между собой средние значения фрактальной размерности исследуемых водосборов в масштабах 1:100000—1:200000 и 1:1000000—1:2000000, соответственно. Как видно из табл. 7, значения погрешностей варьировались в диапазоне от 0,025 до 0,048.

Определение наиболее достоверных результатов расчета фрактальной размерности с помощью кривых обеспеченности

Кривые обеспеченности — метод статистического анализа наиболее часто используемый для гидрологических расчетов. Понятие «обеспеченность» в гидрологии равнозначно понятию «вероятность превышения» в математической статистике [35]. Обеспеченность показывает вероятность превышения отдельных значений над всеми значениями выборки анализируемых данных. Ранее, с помощью критерия Романовского удалось установить, что значения программы HarFa в режиме $w+bw$ можно отбросить, т. к. полученные результаты существенно превышали ожидаемые значения. Таким образом, кривые обеспеченности для каждого водосбора строились по результатам расчетов, полученных 14 способами измерения фрактальной размерности (программа HarFa предполагала 2 способа определения фрактальной размерности, Imagej — 2 способа, Frac_Lac — 6 способов).

Построение кривых обеспеченности выполнялось с помощью компьютерной программы «StokStat 1.2.0— Статистика для гидрологии». В целях настоящего исследования построено и проанализировано 1260 кривых обеспеченности.

В данном исследовании отобраны значения фрактальных размерностей, принадлежащие диапазону 25—75 % обеспеченности, как наиболее вероятному. Пример построения кривой обеспеченности для р. Ай — с. Лаклы в масштабе 1:2000000 представлен на рис. 7.

По данным кривых обеспеченности определены диапазоны значений фрактальных размерностей для каждого водосбора во всех 5 масштабах исследования. Нижняя граница диапазона P соответствует 75 %, верхняя — 25 %. Результаты графического анализа кривых обеспеченности представлены в табл. 8 и интерпретированы на рис. 8.

Таблица 8

Значения фрактальных размерностей исследуемых водосборов входящие в диапазон обеспеченности 25—75 %

Values of fractal dimension of the studied catchments included in the range of probability of 25—75 %

Водосбор	Масштаб									
	1:100000		1:200000		1:500000		1:1000000		1:2000000	
	75 %	25 %	75 %	25 %	75 %	25 %	75 %	25 %	75 %	25 %
р. Ай — с. Лаклы	1,33	1,42	1,34	1,44	1,26	1,38	1,29	1,40	1,28	1,37
р. Ай — с. Метели	1,36	1,45	1,36	1,46	1,30	1,41	1,34	1,45	1,33	1,44
р. Большой Ик — д. Таишево	1,29	1,36	1,27	1,36	1,19	1,31	1,17	1,26	1,18	1,26
р. Сарс — с. Султанбеково	1,20	1,29	1,20	1,31	1,14	1,27	1,17	1,27	1,17	1,24
р. Гюй — д. Гумбино	1,25	1,34	1,23	1,35	1,22	1,33	1,22	1,33	1,23	1,34
р. Уфа — г. Уфа	1,41	1,50	1,42	1,50	1,37	1,49	1,45	1,54	1,43	1,52
р. Уфа — с. В. Суян	1,41	1,51	1,44	1,52	1,38	1,49	1,40	1,49	1,42	1,51
р. Юрюзань — пос. Агняш	1,28	1,35	1,28	1,35	1,22	1,30	1,24	1,32	1,25	1,33
р. Юрюзань — д. Чулпан	1,28	1,39	1,24	1,41	1,24	1,34	1,24	1,36	1,27	1,37

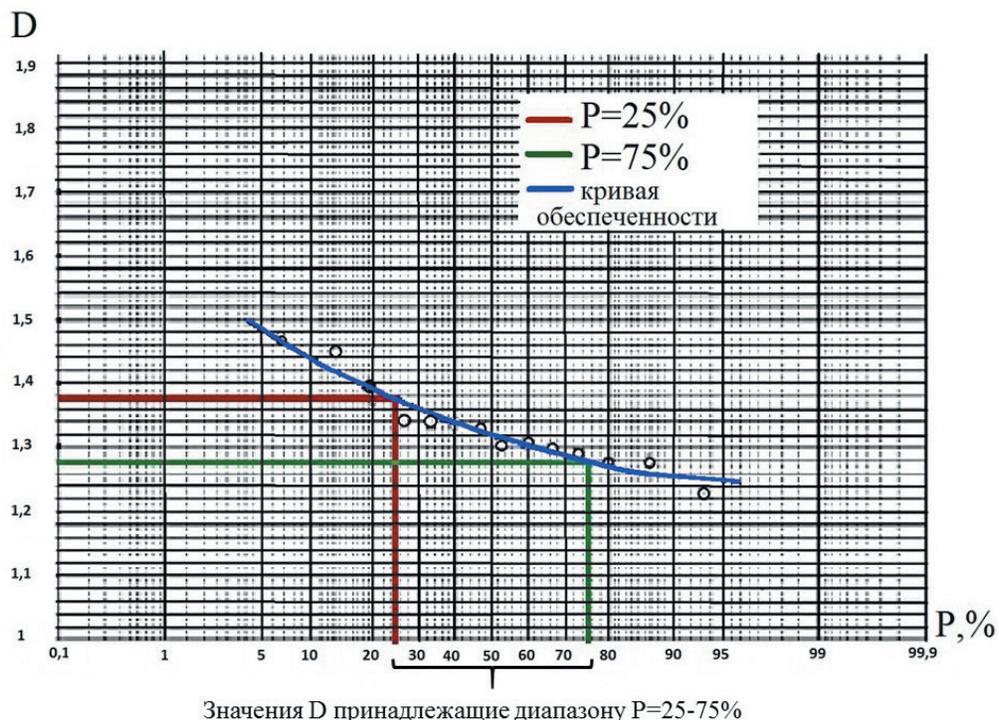


Рис. 7. Пример кривой обеспеченности значений фрактальной размерности D для водосбора р. Ай — с. Лаклы в масштабе 1:2000000.

Fig. 7. An example of a curve of the pobability for fractal dimension values D for the catchment of the river Ai — v. Lakli, 1: 2000000.

По результатам анализа исключены значения, полученные в 3 программах: FrakOut!, Frac, QGIS, как не вошедшие в диапазон 25—75 % обеспеченности.

Сравнив между собой характеристики изучаемых программ (HarFa, Imagej, Frac_Lac, АРФР) по критериям, приведенным в таблицах 3 и 5, видно, что наибольшему количеству критериев соответствует программа АРФР, разработанная авторами статьи.

Исследование масштабной инвариантности фрактальной размерности рек водосборного бассейна р. Уфы

В ряде исследований [1, 21] показано, что для достоверного определения фрактальной размерности водных объектов, необходимо выбирать изображение максимально возможного масштаба. Однако, конкретные значения масштабов и разрешение изображений не уточняются. Максимально достаточный масштаб исследования ограничен следующими условиями:

— масштаб изображения должен быть достаточно крупным и устойчивым к генерализации;

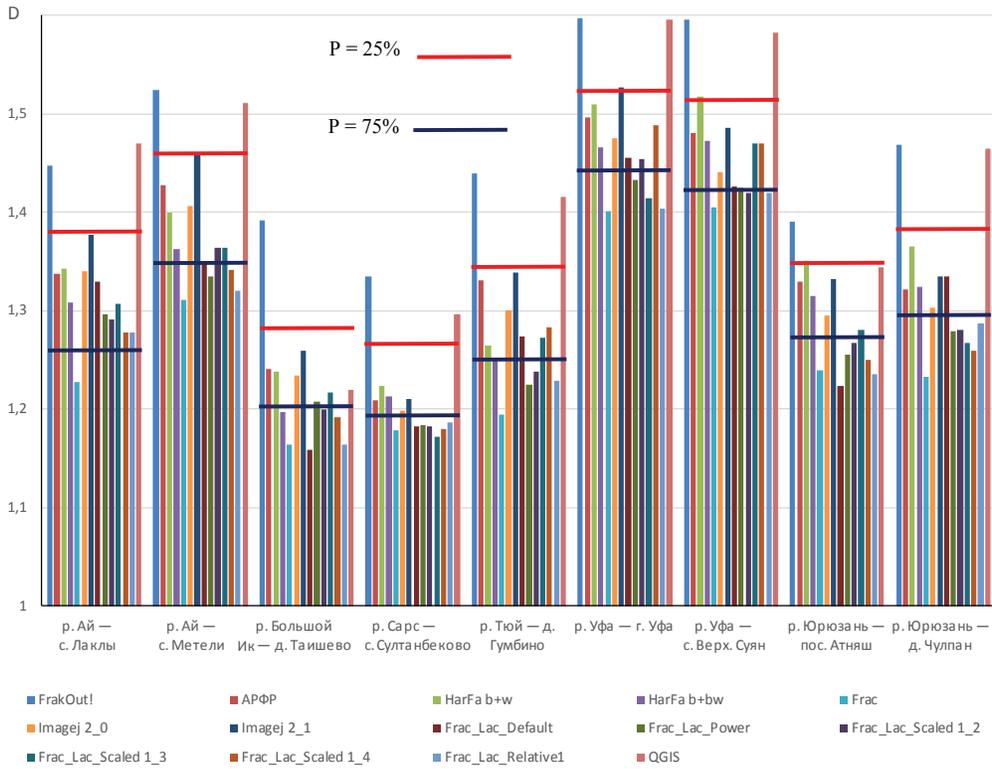


Рис. 8. Результаты расчета фрактальной размерности D в масштабе 1:2000000 в диапазоне 25—75%-ной обеспеченности.

Fig. 8. The results of calculation of the fractal dimension D on the scale of 1:2000000, belonging to the range of 25—75 % probability.

— масштаб изображения должен быть лишены избыточной подробности элементов речной сети, затрудняющих вычисления.

Обоснование выбора масштаба исследуемых водосборов осуществлялось следующим образом. Для значений фрактальных размерностей, вошедших в диапазон 25—75 % обеспеченности, построены кривые 50 % обеспеченности. Значения фрактальных размерностей исследуемых водосборов 50 % обеспеченности представлены в табл. 9.

На рис. 9 графически интерпретирована зависимость значений фрактальной размерности, соответствующих 50 % обеспеченности, от масштаба исследованных водосборов.

На рис. 9 видна общая для всех графиков тенденция к небольшому увеличению фрактальной размерности при увеличении масштаба. Исключение составил водосбор р. Уфы — г. Уфа.

Особенность кривых на рис. 9 заключалась в резком снижении значений фрактальных размерностей в масштабе 1:500000, что, по-видимому, связано

Значения фрактальных размерностей
исследуемых водосборов при 50%-ной обеспеченности
Values of investigated catchments fractal dimensions at 50 % probability

Водосбор	Масштаб			
	1:100000	1:200000	1: 1000000	1:2000000
р. Ай — с. Лаклы	1,37	1,38	1,35	1,31
р. Ай — с. Метели	1,40	1,40	1,38	1,36
р. Большой Ик — д. Таишево	1,33	1,31	1,19	1,21
р. Сарс — с. Султанбеково	1,23	1,25	1,21	1,19
р. Тюй — д. Гумбино	1,28	1,28	1,25	1,27
р. Уфа — г. Уфа	1,43	1,45	1,48	1,47
р. Уфа — с. В. Суян	1,46	1,47	1,43	1,47
р. Юрюзань — пос. Атнаш	1,31	1,32	1,28	1,28
р. Юрюзань — д. Чулпан	1,32	1,36	1,29	1,30

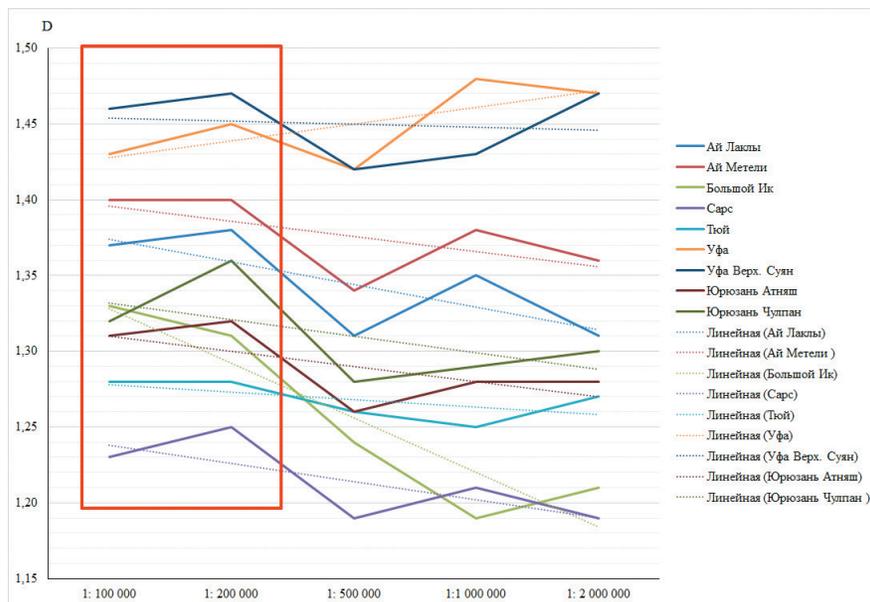


Рис. 9. Кривые изменения значений фрактальных размерностей исследуемых водосборов в зависимости от масштаба исследования (обеспеченность 50 %, для программ, вошедших в диапазон 25 % < P < 75 %).

Fig. 9. Curves of changes in the values of fractal dimensions of the studied catchments depending on the scale of the study (probability 50 %, for programs meet the range of 25 % < P < 75 %).

с качеством исходного изображения. На участке 1:200000 до 1:100000 большинство графиков принимало вид линейной зависимости.

В целях численной оценки степени инвариантности фрактальной размерности составлены уравнения кривых изменения значений фрактальных размерностей 50%-ной обеспеченности для всех масштабов исследования и для двух наибольших масштабов (1:200000 и 1:100000) (табл. 10).

Таблица 10

Уравнения линейной регрессии изменения значений фрактальных размерностей 50%-ной обеспеченности

Equations of the curves change in a fractal dimension values at 50 % probability

Водосбор	Уравнение линейной регрессии для 5 масштабов исследования	Уравнение линейной регрессии для масштабов 1:200 000 и 1:100 000
р. Ай — с. Лаклы	$y = 0,015x + 1,299$	$y = -0,01x + 1,39$
р. Ай — с. Метели	$y = 0,010x + 1,346$	$y = 1,4$
р. Большой Ик — д. Таишево	$y = 0,036x + 1,148$	$y = 0,02x + 1,29$
р. Сарс — с. Султанбеково	$y = 0,012x + 1,178$	$y = -0,02x + 1,27$
р. Тюй — д. Гумбино	$y = 0,005x + 1,253$	$y = 1,28$
р. Уфа — г. Уфа	$y = -0,011x + 1,483$	$y = -0,02x + 1,47$
р. Уфа — с. В. Суян	$y = 0,002x + 1,444$	$y = -0,01x + 1,48$
р. Юрюзань — пос. Атнаш	$y = 0,010x + 1,260$	$y = -0,01x + 1,33$
р. Юрюзань — д. Чулпан	$y = 0,011x + 1,277$	$y = -0,04x + 1,40$

Уравнения, описывающие изменения фрактальных размерностей в двух наибольших масштабах, имели либо отрицательный тангенс угла наклона, либо тангенс угла наклона, стремящийся к нулю, что говорит о незначительном снижении показателей фрактальной размерности при переходе от 1:200000 к 1:100000. В некоторых случаях уравнения задавались прямыми (в случае р. Ай — с. Метели и р. Тюй — д. Гумбино), что свидетельствует о достижении масштабной инвариантности на участке графика 1:100000—1:200000, т. е. независимости значений от масштаба исследования. Таким образом, минимальным достаточным масштабом гидрографической сети для расчета фрактальной размерности является масштаб 1: 200000.

Оценка влияния изменения взаимного расположения расчетной сетки и исследуемого объекта

Оценка влияния взаимного расположения расчетной сетки и исследуемых водосборов производилась на примере р. Ай — с. Лаклы. Для этого каждое изображение водосбора последовательно поворачивалось по часовой стрелке на 45° относительно центра. С каждым поворотом производился расчет фрактальной размерности в программе АРФР. Исследование велось для всех 5 масштабов исследования, результаты представлены в табл. 11.

Таблица 11

Результаты расчета фрактальной размерности водосбора р. Ай — с. Лаклы при изменении взаимного расположения расчетной сетки и исследуемого объекта
Results of fractal dimension calculating of the catchment area of the river Ai — s. Lakli when changing the relative position of the computational grid and the catchment image

Положение, град.	Масштаб				
	1:100000	1:200000	1:500000	1:1000000	1:2000000
0	1,37	1,39	1,31	1,34	1,34
45	1,41	1,41	1,34	1,38	1,37
90	1,37	1,39	1,31	1,35	1,34
135	1,41	1,42	1,34	1,38	1,37
180	1,36	1,39	1,31	1,35	1,34
225	1,41	1,42	1,34	1,38	1,37
270	1,37	1,39	1,31	1,34	1,34
315	1,41	1,41	1,36	1,38	1,37
δ % *	2,92	1,44	2,29	2,99	2,24

* δ — относительная погрешность измерений между 0 и 45°.

Как видно из табл. 11, рассчитанные величины фрактальной размерности исследуемого водосбора при повороте изображения на 90°, 180°, 270° (в рамках одного масштаба) практически не изменялись, тогда как при поворотах на 45°, 135°, 225° и 315° величины фрактальной размерности увеличивались на 1,5—3 %.

Для обеспечения единого подхода при расчете фрактальной размерности предлагается использовать изображение водосбора, сохраняя его географическую ориентацию.

Заключение

В данной работе подготовлены векторные слои гидрографической сети водосборной территории р. Уфы в 5 масштабах исследования: 1:100000; 1:200000; 1:500000; 1:1000000; 1:2000000. Рассчитаны значения фрактальной размерности 9 водосборов, относящихся к бассейну р. Уфы: р. Ай — с. Лаклы, р. Ай — с. Метели, р. Большой Ик — д. Таишево, р. Сарс — с. Султанбеково, р. Тюй — д. Гумбино, р. Уфа — г. Уфа, р. Уфа — с. Верх. Суян, р. Юрюзань — пос. Агняш, р. Юрюзань — д. Чулпан. С использованием 6 программ, находящихся в открытом доступе: FrakOut, HarFa, Frac, Imagej, Frac_Lac, QGIS.

Основным результатом настоящего исследования стала методология определения фрактальной размерности водосборной территории. Для расчета фрактальной размерности предлагается использовать растровое изображение водосборов разрешением 100 dpi. Максимальным достаточным масштабом исследуемого водосбора является 1:200000. Для минимизации субъективного фактора предлагается применять автоматизированный расчет фрактальной размерности (АРФР). При расчёте географическая ориентация изображения водосбора сохраняется,

т. е. расчетная сетка накладывается на прямую проекцию гидрографической сети без поворотов. ПК должен соответствовать системным требованиям для MATLAB R2020b. По сравнению с другими программами у АРФР следующие преимущества: автоматическая обработка и минимизация субъективного фактора при определении фрактальной размерности, возможность работы с изображениями в формате jpg, отсутствие влияния цветового диапазона исследуемого изображения на результаты расчета, снижение трудозатрат при расчете.

Список литературы

1. Чутикова С.А. Фрактальные методы выявления скрытой регулярности в эрозионном расчленении поверхности: дис. ... канд. геогр. наук. Томск, 2010. 134 с.
2. Чутикова С.А., Андронаке И.К. Морфометрический и фрактальный анализ водосборного бассейна реки Харал // Природные ресурсы, среда и общество. 2019. № 2 (2). С. 54—60. doi: 10.24411/2658-4441-2019-0003.
3. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
4. Цветков И.В. Фрактальный анализ в математическом моделировании региональных водных систем: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Тверь, 1999. 117 с.
5. Saal A., Gascò G., Grau J.B., Anton J.M., Tarquis A.M. Comparison of gliding box and box-counting methods in river network analysis // Nonlinear Processes in Geophysics. 2007. V. 14. P. 603—613. doi: 10.5194/npg-14-603-2007.
6. Tian S., Wang W., Shang H., Peng H. Comparison of Traditional Methods and Fractal Dimension Method in River Pattern Discrimination // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology. 2013. 5(23). P. 5450—5456. doi: 10.19026/rjaset.5.4217.
7. Сидорчук А.Ю. Фрактальная геометрия речных сетей // Геоморфология. 2014. № 1. С. 3—14. doi: 10.15356/0435-4281-2014-1-3-14.
8. Насонов А.Н., Цветков И.В., Жогин И.М. и др. Фракталы в науках о земле: учебное пособие. Воронеж: Ковчег, 2018. 82 с.
9. Tian S., Su X., Wang W., Lai R., Application of fractal theory in the river regime in the lower yellow river // Applied Mechanics and Materials Vols. 2012. P. 1238—1243. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.190-191.1238.
10. Tarboton D.G., Bras R.L., Rodriguez-Iturbe I. The fractal nature of river networks // Water Resources Research. 1988. Vol. 24, Issue 8. P. 1317—1322. <https://doi.org/10.1029/WR024i008p01317>.
11. Parmar K.S., Bhardwaj R. Fractal, predictability index and variability in trends analysis of river-water dynamics // International Journal of River Basin Management. 2014. V. 12, No. 4. P. 285—297. doi: 10.1080/15715124.2014.905480.
12. Эспития С.Э.Ф., Гайдукова Е.В., Коваленко В.В. Краткосрочный прогноз расходов воды на реках Колумбии с использованием фрактальной диагностики // Ученые записки РГГМУ. 2017. Вып. 47. С. 16—24.
13. Parmar K.S., Bhardwaj R. Water quality index and fractal dimension analysis of water parameters // International journal of environmental science and technology. 2013. V. 10. P. 151—164. doi: 10.1007/s13762-012-0086-y.
14. Halley J.M., Hartley S., et al. Uses and abuses of fractal methodology in ecology // Ecology letters. 2004. V. 7. P. 254—271. doi: 10.1111/j.1461-0248.2004.00568.x.
15. Cieplak M., Giacometti A., Maritan A., et al. Models of fractal river basins // Journal of statistical physics. 1998. V. 91. P. 1—15. <https://doi.org/10.1023/A:1023069201470>.
16. Moussa R., Bocquillon C. Morphologie fractale du réseau hydrographique. Hydrological Sciences Journal. 1993. V. 38. Issue 3. P. 187—201. <https://doi.org/10.1080/02626669309492662>.
17. Khanbabaieil Z., Karam A., Rostamizad G. Studying relationships between the fractal dimension of the drainage basins and some of their geomorphological characteristics // International Journal of Geosciences. 2013. V. 4. P. 636—642. doi: 10.4236/ijg.2013.43058.

18. *Tarboton D.G.* Fractal river networks, Horton's laws and Tokunaga cyclicality // *Journal of Hydrology*. 1996. V. 187. P. 105–117. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(96\)03089-2](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(96)03089-2).
19. *Zhang S., Guo Y., Wang Z.* Correlation between flood frequency and geomorphologic complexity of rivers network — A case study of Hangzhou China // *Journal of Hydrology*. 2015. V. 527. P. 113–118. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.04.060>.
20. *Тунакова Ю.А., Красногорская Н.Н., Нафикова Э.В., Кузнецова О.Н., Белозерова Е.А.* Разработка методики определения самоочищающей способности рек на основе фрактальной геометрии для установления допустимого антропогенного воздействия // *Вестник Казанского технологического университета*. 2015. Т. 18, № 19. С. 249—254.
21. *Szustalewicz A., Vassilopoulos A.* Calculating the Fractal Dimension of River Basins, Comparison of Several Methods // *Biometrics, Computer Security Systems and Artificial Intelligence Applications*. 2006. P. 299—309. https://doi.org/10.1007/978-0-387-36503-9_28.
22. *Kenkel N.C., Walker D.J.* Fractals and ecology // *Abstract Botanica*. 1993. Vol. 17 (1–2). P. 53—70.
23. *Klinkenberg B.* A review of methods used to determine the fractal dimension of linear features // *Mathematical Geology*. 1994. V. 26. No. 1. P. 23—46. <https://doi.org/10.1007/BF02065874>.
24. *Claps P., Oliveto G.* Reexamining the determination of the fractal dimension of river networks // *Water Resources Research*. 1996. V. 32, No. 10. P. 3123—3135. <https://doi.org/10.1029/96WR01942>.
25. *Курдюков В.И., Остапчук А.К., Овсянников В.Е., Рогов Е.Ю.* Анализ методов определения фрактальной размерности // *Вестник Кузбасского государственного технического университета*. 2008. № 5 (69). С. 46—49.
26. *Chamorro-Posada P.* A simple method for estimating the fractal dimension from digital images: the compression dimension // *Chaos Solitons Fract.* 2016. V. 91. P. 562—572. doi: 10.1016/j.chaos.2016.08.002.
27. Официальный сайт некоммерческого веб-картографического проекта по созданию подробной свободной и бесплатной географической карты мира. [Электронный ресурс]. URL: <http://openstreetmap.ru/#map=3/62/88> (дата обращения 27.01.2020).
28. Электронный каталог листов топографических карт. [Электронный ресурс]. URL: <http://loadmap.net/ru/catalog/c45/s25000/p4649> (дата обращения 11.10.2018).
29. Официальный сайт программного продукта FrakOut!. [Электронный ресурс]. URL: <https://code.google.com/p/frakout/> (дата обращения 5.11.2018).
30. Официальный сайт программного продукта Harmonic and Fractal Image Analyzer, Brno. [Электронный ресурс]. URL: [http://www.fch.vutbr.cz/lectures/Imagesci \(HARFA5.0\)](http://www.fch.vutbr.cz/lectures/Imagesci (HARFA5.0)) (дата обращения 10.11.2016).
31. Официальный сайт программы Frac. [Электронный ресурс]. URL: <http://cse.naro.affrc.go.jp/sasaki/fractal/fractal-e.html> (дата обращения 10.11.2016).
32. Официальный сайт программы Imagej. [Электронный ресурс]. URL: <https://imagej.nih.gov/ij/plugins/fraclac/FLHelp/Installation.htm> (дата обращения 11.07.2019).
33. Информационный сайт в области геоинформационных систем и дистанционного зондирования Земли. [Электронный ресурс]. URL: <http://gis-lab.info/qa/minkowski-dimension-qgis.html> (дата обращения 31.10.2020).
34. *Бондарчук С.С., Бондарчук И.С.* Статобработка экспериментальных данных в MS Excel: учебное пособие. Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2018. 433 с.
35. *Махлаев В.К.* Гидрология. Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2009. 33 с.
36. Официальный сайт MathWorks. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mathworks.com/support/requirements/matlab-system-requirements.html> (дата обращения 31.10.2020).

References

1. *Chupikova S.A.* *Fraktal'nye metody vyivleniia skrytoi reguliarnosti v erozionnom raschlenenii poverkhnosti.* Fractal methods of latent regularity in erosional dissection of a surface. Phd Dis. Tomsk, 2010: 134 p. [In Russian].
2. *Chupikova S.A., Andronake I.K.* Morphometric and Fractal Analysis of the Kharal River Drainage Basin. *Prirodnye resursy, sreda i obshchestvo.* Natural resources, environment and society 2019, 2 (2): 54—60. doi: 10.24411/2658-4441-2019-0003. [In Russian].

3. Mandel'brot B. *Fraktal'naia geometriia prirody*. Fractal geometry of nature. Moscow: Institute for Computer Research, 2002: 656 p. [In Russian].
4. Cvetkov I.V. *Fraktal'nyi analiz v matematicheskom modelirovanii regional'nykh vodnykh system*. Fractal analysis in mathematical modeling of regional water systems. Phd Diss. Tver, 1999: 117 p. [In Russian].
5. Saa A., Gasco G., Grau J.B., Anton J.M., Tarquis A.M. Comparison of gliding box and box-counting methods in river network analysis. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2007, 14: 603—613. doi: 10.5194/npg-14-603-2007.
6. Tian S., Wang W., Shang H., Peng H. Comparison of Traditional Methods and Fractal Dimension Method in River Pattern Discrimination. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*. 2013, 5(23): 5450—5456. doi: 10.19026/rjaset.5.4217.
7. Sidorchuk A.Yu. Fractal geometry of river networks. *Geomorfologiya*. *Geomorphology*. 2014, 1: 3—14. doi: 10.15356/0435-4281-2014-1-3-14. [In Russian].
8. Nasonov A.N., Cvetkov I.V., Zhogin I.M., et al. *Fraktaly v naukakh o zemle*. Fractals in earth sciences. Voronezh: Kovcheg, 2018: 82 p. [In Russian].
9. Tian S., Su X., Wang W., Lai R. Application of fractal theory in the river regime in the lower yellow river. *Applied mechanics and materials*. 2012: 1238—1243. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.190-191.1238.
10. Tarboton D.G., Bras R.L., Rodriguez-Iturbe I. The fractal nature of river networks. *Water Resources Research*. 1988, 24 (8): 1317—1322. <https://doi.org/10.1029/WR024i008p01317>.
11. Parmar K.S., Bhardwaj R. Fractal, predictability index and variability in trends analysis of river-water dynamics. *International Journal of River Basin Management*. 2014, 12, 4: 285—297. doi: 10.1080/15715124.2014.905480.
12. Espitiya S.E.F., Gajdukova E.V., Kovalenko V.V. Short-term forecast of water discharge in Colombian rivers using fractal diagnostics. *Uchenye zapiski RGGMU*. *Scientific notes of RSHU*. 2017, 47: 16—24. [In Russian].
13. Parmar K.S., Bhardwaj R. Water quality index and fractal dimension analysis of water parameters. *International journal of environmental science and technology*. 2013, 10: 151—164. doi: 10.1007/s13762-012-0086-y.
14. Halley J.M., Hartley S., et al. Uses and abuses of fractal methodology in ecology. *Ecology letters*. 2004, 7: 254—271. doi: 10.1111/j.1461-0248.2004.00568.x.
15. Cieplak M., Giacometti A., Maritan A., et al. Models of fractal river basins. *Journal of statistical physics*. 1998, 91: 1—15. <https://doi.org/10.1023/A:1023069201470>.
16. Moussa R., Bocquillon C. Morphologie fractale du réseau hydrographique. *Hydrological Sciences Journal*. 1993, 38 (3): 187—201. <https://doi.org/10.1080/02626669309492662>.
17. Khanbabaie Z., Karam A., Rostamizad G. Studying relationships between the fractal dimension of the drainage basins and some of their geomorphological characteristics. *International Journal of Geosciences*. 2013, 4: 636—642. doi: 10.4236/ijg.2013.43058.
18. Tarboton D.G. Fractal river networks, Horton's laws and Tokunaga cyclicity. *Journal of Hydrology*. 1996, 187: 105—117. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(96\)03089-2](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(96)03089-2).
19. Zhang S., Guo Y., Wang Z. Correlation between flood frequency and geomorphologic complexity of rivers network — A case study of Hangzhou China. *Journal of Hydrology*. 2015, 527: 113—118. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.04.060>.
20. Tunakova Yu.A., Krasnogorskaya N.N., Nafikova E.V., Kuznetsova O.N., Belozerova E.A. Development of a methodology for determining the self-cleaning ability of rivers based on fractal geometry to establish the permissible anthropogenic impact. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*. *Kazan Technological University Bulletin*. 2015, 18(19): 249—254. [In Russian].
21. Szustalewicz A., Vassilopoulos A. Calculating the Fractal Dimension of River Basins, Comparison of Several Methods. *Biometrics, Computer Security Systems and Artificial Intelligence Applications*. 2006: 299—309. https://doi.org/10.1007/978-0-387-36503-9_28.
22. Kenkel N.C., Walker D.J. Fractals and ecology. *Abstract Botanica*. 1993, 17 (1—2): 53—70.
23. Klinkenberg B. A review of methods used to determine the fractal dimension of linear features. *Mathematical Geology*. 1994, 26 (1): 23—46. <https://doi.org/10.1007/BF02065874>.
24. Claps P., Oliveto G. Reexamining the determination of the fractal dimension of river networks. *Water Resources Research*. 1996, 32 (10): 3123—3135. <https://doi.org/10.1029/96WR01942>.

25. Kurdyukov V.I., Ostapchuk A.K., Ovsyannikov V.E., Rogov E.Yu. Analysis of methods for determining fractal dimension. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. Bulletin of Kuzbass State Technical University. 2008, 5 (69): 46—49. [In Russian].
26. Chamorro-Posada P. A simple method for estimating the fractal dimension from digital images: the compression dimension. *Chaos Solitons Fract.* 2016, 91: 562—572. doi: 10.1016/j.chaos.2016.08.002.
27. *Oficialnyj sayt nekommercheskogo veb-kartograficheskogo proekta po sozdaniyu podrobnoj svobodnoj i besplatnoj geograficheskoj karty mira*. The official website of a non-commercial web cartographic project to create a detailed free and free geographic map of the world. URL: <http://openstreetmap.ru/#map=3/62/88>. [In Russian].
28. Electronic catalog of topographic map. URL: <http://loadmap.net/ru/catalog/c45/s25000/p4649>.
29. The official website of the FrakOut software product! URL: <https://code.google.com/p/frakout/>.
30. Zmeskal, O., Nežadal, M., Buchnicek, M., Bzatek, T. Harmonic and Fractal Image Analyzer, Brno. URL: [http://www.fch.vutbr.cz/lectures/Imagesci \(HARFA5.0\)](http://www.fch.vutbr.cz/lectures/Imagesci (HARFA5.0)).
31. Official site of the Frac program. URL: <http://cse.naro.affrc.go.jp/sasaki/fractal/fractal-e.html>.
32. Imagej official website. URL: <https://imagej.nih.gov/ij/plugins/fractlac/FLHelp/Installation.htm>.
33. *Informacionnyj sayt v oblasti geoinformacionnyh sistem i distancionnogo zondirovaniya Zemli*. Information site in the field of geographic information systems and Earth remote sensing. URL: <http://gis-lab.info/qa/minkowski-dimension-qgis.html>. [In Russian].
34. Bondarchuk S.S., Bondarchuk I.S. *Statobrabotka eksperimental'nykh dannyx v MS Excel*. Statistical processing of experimental data in MS Excel. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta, 2018: 433 p. [In Russian].
35. Mahlayov V.K. *Gidrologiya*. Hydrology. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta, 2009: 33 p. [In Russian].
36. Official site of MathWorks. URL: <https://www.mathworks.com/support/requirements/matlab-system-requirements.html>.

Конфликт интересов: конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила 06.11.2020

Принята к публикации после доработки 13.01.2021

Сведения об авторах

Красногорская Наталия Николаевна, д-р техн. наук, профессор, научный консультант НПП ООО «Юнисол», nk.ufa@mail.ru.

Белозерова Елена Алексеевна, начальник отдела внедрения информационных технологий и инноваций в медицинскую деятельность, ФГБОУ ВО «Башкирский государственный медицинский университет» Министерства здравоохранения России, elena.belozerova.ufa@gmail.com.

Information about author

Krasnogorskaja Natalija Nikolaevna, Grand PhD (Tech. Sci.), scientific consultant, NPP Unisol LLC.
Belozerova Elena Alexeevna, Head of the IT and Innovations Department, Bashkir state medicine university.