

УДК 556.16.072:[556.53:63]:556.114.6

doi: 10.33933/2713-3001-2021-65-694-701

## **Построение оптимальной модели стока поверхностных вод в водоемы в сельском хозяйстве**

***Ф.Г. Агаев, Х.Г. Асадов, Б.Л. Джафарова,  
И.Г. Абдурахманова***

Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку. Азербайджанская Республика.  
asadzade@rambler.ru

Статья посвящена вопросу построения оптимальной модели суммарного переноса питательных веществ азота и фосфора различными поверхностными стоками в основной водоем зоны сельскохозяйственного производства.

Рассмотрена задача оптимального размещения источников азота и фосфора в окрестностях определенного множества локальных сельскохозяйственных участков, при котором суммарный перенос водами поверхностного стока указанных питательных веществ в основной водоем достигал бы минимума. При этом используются некоторые элементы и положения модели SWAT, разработанной USDA—ARSC. Учитывается, что суммарная величина осадочных масс во всех поверхностных стоках остается постоянной величиной.

*Ключевые слова:* поверхностный сток, осадочная масса, питательные вещества, оптимизация, концентрация, водоканал.

## **Building an optimal model of surface water runoff in agriculture**

***F.G. Agayev, H.H. Asadov, B.L. Jafarova,  
I.G. Abdurrahmanova***

National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan Republic, asadzade@rambler.ru

The article is devoted to the synthesis of an optimal model of the total transfer of nutrients by various surface runoffs into the main water body in agriculture. The problem of optimal placement of nitrogen and phosphorus sources, at which the total transfer of these nutrients into the main water body by the surface runoff would reach a minimum, in the vicinity of a certain set of local agricultural plots is considered. Several elements and provisions of the USDA – ARSC SWAT (Soil and Water Assessment Tools) model are used. It is taken into account that the total value of sedimentary masses remains constant in all surface runoffs feeding the main water body during the enumeration of all possible options for the distribution of nutrients by various runoff components. According to the solution of the problem of synthesizing the optimal model, the sources of these nutrients should be arranged in direct order in relation to the indicator of the concentration of sedimentary substances in the runoff, i.e. where there is a high concentration of sediment in the runoff water, the concentration of nutrients should be high and vice versa.

*Keywords:* surface water runoff, subsiding masses, nutritions, optimization, concentration, water channel.

---

**For citation:** *F.G. Agayev, H.H. Asadov, B.L. Jafarova, I.G. Abdurrahmanova.* Building an optimal model of surface water runoff in agriculture. *Gidrometeorologiya i Ekologiya*. Journal of Hydrometeorology and Ecology. 2021, 65: 694—701. [In Russian]. doi: 10.33933/2713-3001-2021-65-694-701

---

## Введение

Известно, что из-за поверхностного стока загрязненных вод в водоемах происходит увеличение осадкообразования, вследствие чего страдает флора и фауна водных бассейнов [1]. Подобное часто происходит в сельском хозяйстве, характеризующимся неточечным загрязнением сельской местности [2]. Согласно [3], в сельской местности широко распространены химические загрязнения — пестициды, поступающие смываемыми водами при обработке сельхозучастков. Внесение загрязненных вод в водоемы способствует формированию в них как осадочного ила, так и взвешенных частиц. Скорость формирования осадочного ила или донных отложений определяется сочетанием биотических и абиотических факторов [4].

Для исследования отложений в водоемах организуются опорные станции, снабженные седиментационными ловушками, а также другой измерительной техникой для исследования течи и прозрачности водных масс [5, 6]. Типичными загрязнителями сельской местности являются диоксины, металлы, ртуть, питательные вещества ( $P$ ,  $N$ ), растворенные органические вещества в воде, пестициды, соли, бифенилы и др. Производство растительной продукции включает в себя пахотные работы, посадку растений, внесение удобрений, ирригационные работы, борьба с грызунами и др. Азот и фосфор поступают в грунтовые воды путем поверхностного стока, просачивания или подповерхностного стока. Фосфор в основном теряется по причине формирования поверхностного стока, азот теряется через поверхностный сток и путем просачивания в грунтовые воды.

Целью настоящей статьи является построение оптимальной модели суммарного переноса питательных веществ азота и фосфора различными поверхностными стоками в основной водоем зоны сельскохозяйственного производства. Кроме того, в настоящей статье рассматриваются вопросы оценки суммарного влияния возможных вариантов загрязненности компонентов поверхностного стока азотом и фосфором. При этом используются некоторые элементы и положения модели SWAT (модельные средства для оценки состояния почвы и водоемов), разработанной USDA—ARSC (службы сельскохозяйственных исследований Министерства сельского хозяйства США).

## Предлагаемый метод

Следует отметить, что вопросам загрязнения вод поверхностного стока азотом и фосфором в сельском хозяйстве посвящена обширная литература (см. например [7—9]). Однако, вопросы реализации оптимального контроля степени загрязнения поверхностных вод питательными веществами рассматриваются редко. Для изложения предлагаемого метода контроля вышеуказанной загрязненности вкратце изложим некоторые сведения по теории оценки загрязненности поверхностного стока [10]. Согласно [10], органический азот, входящий в состав удобрений, в составе частиц почвы транспортируется поверхностным стоком в реки и озера. Как было показано в [10], согласно модели SWAT, перенос органического азота поверхностным стоком определяется по следующей формуле:

$$N_{org.S} = 0,001 \cdot C_{org.N} \cdot \frac{S}{A_{HRU}} \cdot \varepsilon_{N.sed}, \quad (1)$$

где  $N_{org.S}$  — количество органического азота, переносимого в основной канал поверхностным стоком (в кг/га);  $C_{org.N}$  — концентрация органического азота в поверхностном слое почвы толщиной 10 мм (метрическая тонна);  $S$  — количество осадочных веществ за день (метрическая тонна);  $A_{HRU}$  — площадь гидрологической единицы реагирования ( $HRU$ ) (га);  $\varepsilon_{N.sed}$  — отношение обогащения азотом, определяемое как

$$\varepsilon_{N.sed} = 0,78 \cdot (C_{sed.S})^{-0,2468}, \quad (2)$$

где  $C_{sed.S}$  — концентрация осадочных веществ в поверхностном стоке ( $mg/m^3 H_2O$ ). Согласно [10], органический и минеральный фосфор, присоединенный к частицам почвы, может быть перенесен в основной водоканал поверхностным стоком. Количество переносимого фосфора в составе осадочной массы вычисляется по формуле:

$$P_{sed.sur} = 0,001 \cdot C_{sed.P} \cdot \frac{S}{A_{HRU}} \cdot \varepsilon_{P.sed}, \quad (3)$$

где  $P_{sed.sur}$  — количество фосфора, переносимого в составе осадочной массы в основной водоканал поверхностным стоком (кг/га);  $C_{sed.P}$  — концентрация фосфора в осадочной массе в верхнем слое толщиной 10 мм (метрическая тонна почвы);  $S$  — дневное количество осадочной массы (в метрических тоннах);  $A_{HRU}$  — площадь  $HRU$  (га);  $\varepsilon_{P.soil}$  — отношение обогащения фосфора, вычисляемое по формуле:

$$\varepsilon_{P.sed} = 0,78 \cdot (C_{sed.S})^{-0,2468}, \quad (4)$$

где  $C_{sed.S}$  — концентрация осадочных веществ в поверхностном стоке ( $mg/m^3 H_2O$ ). С учетом выражений (1) и (2) имеем:

$$N_{org.S} = 0,001 \cdot C_{org.N} \cdot \frac{S}{A_{HRU}} \cdot 0,78 \cdot (C_{sed.S})^{-0,2468}. \quad (5)$$

Принимая во внимание (3) и (4), получим:

$$P_{sed.sur} = 0,001 \cdot C_{sed.P} \cdot \frac{S}{A_{HRU}} \cdot 0,78 \cdot (C_{sed.S})^{-0,2468}. \quad (6)$$

С учетом внешнего сходства выражений (5) и (6) примем следующее модельное выражение, общее для  $N$  и  $P$ :

$$W = \frac{A_0 \cdot C_{N,P} \cdot (C_{sed.S})^{-0,2468}}{A_{HRU}}, \quad (7)$$

где

$$A_0 = 0,78 \cdot 10^{-3} \cdot S. \quad (8)$$

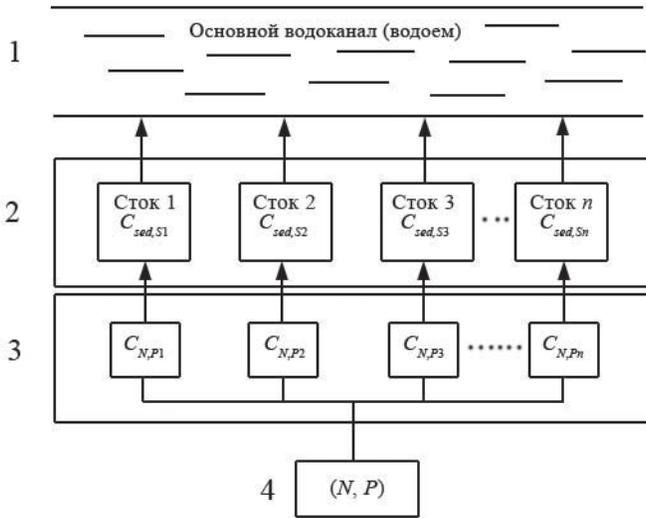


Рис. 1. Модельное представление схемы переноса питательных веществ  $(N, P)$  в основной водоканал (пояснения в тексте).

Fig. 1. Model representation of the scheme for the transfer of nutrients  $(N, P)$  to the main water canal (explanations in the text).

Для упрощения процедуры оптимизации полагаем в дальнейшем, что площадь всех HRU одинакова, а  $A_{HRU} = \text{const}$ . Для понимания механизма проводимой оптимизации и построения оптимальной модели переноса  $N$  и  $P$  рассмотрим предлагаемую модельную схему проводимой оптимизации (рис. 1).

На рис. 1 цифрами указаны: 1 — основной водоканал; 2 — блок модельного представления  $n$  количества компонентов поверхностного стока, которые пространственно разнесены, а  $i$ -я компонента характеризуется концентрацией осадочной массы  $C_{sed,Si}$   $i = \overline{1, n}$ ; 3 — блок модельных концентраций питательных веществ  $(N, P)$ , распределяемых по компонентам стока в различных вариантах путем перебора для поиска наилучшего варианта; 4 — суммарное количество переносимых питательных веществ  $(N, P)$  существующего в зоне поверхностного стока.

Полагаем наличие двух упорядоченных множеств:

$$C_{sed,S} = \{C_{sed,Si}\}, \quad i = \overline{1, n}; \quad (9)$$

$$C_{N,P} = \{C_{N,Pj}\}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Задача оптимизации формируется по методике безусловной вариационной оптимизации. Для этого следует вычислить оптимальную зависимость:

$$C_{sed,S} = f(C_{N,P}), \quad (11)$$

при которой:

1) некоторый вновь формируемый целевой функционал достигает экстремальной величины;

2) функция (12) является наиболее точной аппроксимацией дискретного аналога (11):

$$C_{sed.Si} = f(C_{N,Pj}); \quad (12)$$

3) выбор оптимальной функции (12) осуществляется с учетом следующего граничного условия:

$$\int_{C_{sed.si.min}}^{C_{sed.si.max}} f(C_{N,P}) = C. \quad (13)$$

Смысл условия (13) заключается в том, что возможный перебор вариантов нормирован, и показатели загрязненности при этом не изменяются.

Целевой функционал оптимизации формируется в следующем виде:

$$F_1 = \int_{C_{sed.si.min}}^{C_{sed.si.max}} \frac{A_0 \cdot C_{N,P} \cdot f(C_{N,P})^{-0,2468} dC_{N,P}}{A_{HRU}}. \quad (14)$$

С учетом выражений (13) и (14), условно приняв  $C_{sed.s.min} = 0$ , сформулируем задачу безусловной вариационной оптимизации как:

$$F_2 = \int_0^{C_{sed.si.max}} \frac{A_0 \cdot C_{N,P} \cdot f(C_{N,P})^{-0,2468} dC_{N,P}}{A_{HRU}} + \lambda \left[ \int_0^{C_{sed.s.max}} f(C_{N,P}) dC_{N,P} - C \right], \quad (15)$$

где  $\lambda$  — множитель Лагранжа.

### Решение задачи оптимизации

Согласно методу Эйлера—Лагранжа [11], решение задачи должно удовлетворить условию:

$$\frac{\partial \left\{ \frac{A_0 C_{N,P} \cdot f(C_{N,P})^{-0,2468}}{A_{HRU}} \right\} + \lambda f(C_{N,P})}{\partial f(C_{N,P})} = 0. \quad (16)$$

Из (16) находим:

$$-0,2468 \cdot \frac{A_0 C_{N,P}}{A_{HRU}} \cdot f(C_{N,P})^{-0,2468} + \lambda = 0. \quad (17)$$

Из (17) получаем исходное выражение для  $f(C_{N,P})$ :

$$f(C_{N,P}) = \sqrt[1,2468]{\frac{0,2468 \cdot A_0 \cdot C_{N,P}}{\lambda \cdot A_{HRU}}}. \quad (18)$$

С учетом (13) и (18) получим:

$$\frac{1}{1,2468\sqrt{\lambda}} \int_0^{C_{sed,s,max}} \frac{1,2468}{\sqrt{0,2468A_0 \cdot C_{N,P}}} dC_{N,P} = C. \quad (19)$$

Из (19) получаем следующее выражение для вычисления множителя Лагранжа:

$$\lambda = \left[ \frac{1}{C} \int_0^{C_{sed,s,max}} \frac{1,2468}{\sqrt{0,2468A_0 C_{N,P}}} dC_{N,P} \right]^{1,2468}. \quad (20)$$

Таким образом, в соответствии с выражениями (18) и (20), при наличии прямо пропорциональной функциональной связи (18) обеспечивается экстремум функционала (15). Можно показать, что этот экстремум является минимумом. Для этого достаточно взять вторую производную интеграла в (15) по искомой функции, которая оказывается всегда положительной величиной. Следовательно, средняя величина загрязненности водоемов при выполнении условий (13) и (20) достигает минимальной величины.

Что касается физических измерений показателей  $A_{HRU}$ ,  $C_{N,P}$  и  $S$ , то методики проведения измерений их хорошо разработаны. Отметим, что  $A_{HRU}$  может быть определен методами дистанционной геоинформатики,  $C_{N,P}$  — дистанционными спектральными методами определения концентрации хлорофилла в воде, а  $S$  — методами определения прозрачности вод.

### Заключение

Рассмотрена задача оптимального размещения источников  $N$  и  $P$  в зоне формирования поверхностного стока при котором суммарный перенос указанных питательных веществ в основной водоканал достигал бы минимума. При этом учитывается, что суммарная величина осадочных масс во всех поверхностных стоках питающих основной водоканал при переборе различных вариантов считается постоянной величиной.

Согласно решению оптимизационной задачи источники  $N$  и  $P$  следует расположить в прямом порядке в отношении показателя  $C_{sed,s}$ , т. е. там, где наблюдается большая концентрация осадочных веществ, концентрация питательных веществ должна быть большой, и наоборот.

### Список литературы

1. Meland S. Management of contaminated runoff water: current practice ad future research needs // Conference of European directors of roads. Brussels, Belgium. 20 April 2016. P. 1—82. URL: <https://www.cedr.eu/download/Publications/2016/CEDR2016-1-Management-of-contaminated-runoff-water.pdf>.
2. Guidelines control water pollution from agriculture In China: Decoupling water pollution from agricultural production // Food and Agriculture organization of The United Nations. Rome. 2013. FAO WATER REPORTS 40. URL: <http://www.fao.org/3/i3536e/i3536e.pdf>.
3. Давыдова Е.В., Костылева А.С., Жовнер Е.В. Характеристика источников загрязнений поверхностных сточных вод селитебных территорий // Современные тенденции в образовании и науке:

- состояние и перспективы: Сборник мат-лов международной науч.-практ. конф. в 4-х томах / Под общ. редакцией Г.Е. Накиповой и Т.А. Ханова. Караганда: КЭУК, 2018. Т. 2. С. 321—323.
4. Ермолаева Н.И., Зарубина Е.Ю., Романов Р.Е., Леонова Г.А., Пузанов А.В. Гидробиологические условия формирования сапропелей в озерах юго-западной Сибири // Водные ресурсы. 2016. Т. 43, № 1. С. 79—91.
  5. Новигатский А.Н., Лисицын А.П., Шевченко В.П., Кловиткин А.А., Кравчишина М.Д., Политова Н.В. Седиментогенез в белом море: вертикальные потоки рассеянного осадочного вещества и абсолютные массы донных осадков // Океанология. 2020. Т. 60, № 3. С. 429—441.
  6. Аверкиев А.С., Рыбалко А.Е., Лукьянов С.В., Новиков М.О. Оценка скорости осадконакопления в Финском заливе // Труды II Всероссийской конференции «Гидрометеорология и экология: достижения и перспективы развития». 19—20 декабря 2018, Санкт-Петербург. С. 65—72. URL: [http://mgo-spb.ru/f/143as\\_averkiyev\\_aye\\_rybalko\\_sv\\_lukyjanov\\_aa\\_gorbatenko.pdf](http://mgo-spb.ru/f/143as_averkiyev_aye_rybalko_sv_lukyjanov_aa_gorbatenko.pdf).
  7. Migliaccio R.W., Green C.H., Chaubey I., Arnold J.G. Phosphorus modeling in soil and water assessment tool (SWAT) model. URL: [https://www.researchgate.net/publication/264884900\\_7\\_Phosphorus\\_Modeling\\_in\\_Soil\\_and\\_Water\\_Assessment\\_Tool\\_SWAT\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/264884900_7_Phosphorus_Modeling_in_Soil_and_Water_Assessment_Tool_SWAT_Model).
  8. Liu Y., Li H., Cui G., Cao Y. Water quality attribution and simulation of non-point source pollution load flu in the Hulan River basin // Scientific Reports. 2020. 10:3012. doi: 10.1038/s41598/s41598-020-59980-7.
  9. Epelde A.M., Cerro I., Sanchez-Perez J.M., Sauvage S., Srinivasan R., Antiguada I. Application of the SWAT model to assess the impact of changes in agricultural management practices on water quality // Hydrological Sciences Journal. 2015. Vol. 60:5. P. 825—843. doi: 10.1080/02626667.2014.967692.
  10. Tiruneh B.A. Modeling water quality using soil and water assessment tool (SWAT) // Environmental System Analysis and Management. A case study in Lake Nalvasha Basin, Kenya. Thesis submitted to the International Institute for Geo-Information Science and Earth Observation. URL: [https://www.itc.nl/library/Papers\\_2004/msc/wrem/berihun\\_adamu\\_tiruneh.pdf](https://www.itc.nl/library/Papers_2004/msc/wrem/berihun_adamu_tiruneh.pdf).
  11. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1974. 432 с.

### References

1. Meland S. Management of contaminated runoff water: current practice ad future research needs. Conference of European directors of roads. Brussels, Belgium. 20 April 2016: 1—82. Available at: <https://www.cedr.eu/download/Publications/2016/CEDR2016-1-Management-of-contaminated-runoff-water.pdf>.
2. Guidelines control water pollution from agriculture In China: Decoupling water pollution from agricultural production. Food and Agriculture organization of The United Nations. Rome. 2013. FAO WATER REPORTS 40. Available at: <http://www.fao.org/3/i3536e/i3536e.pdf>.
3. Davydova E.V., Kostyleva A.S., Zhovner E.V. Characteristics of sources of pollution of surface waste waters of residential areas. *Sovremennye tendentsii v obrazovanii i nauke: sostoianie i perspektivy: Sbornik mat-lov mezhdunarodnoi nauch.-prakt. konf. v 4-kh tomakh. Pod obshch. redaktsiei G.E. Naikipovoi i T.A. Khanova.* Modern trends in education and science: state and prospects: Collection of materials of international scientific-practical. conf. in 4 volumes. Under total. edited by G.E. Nakipova, T.A. Khanova. Karagandy: KEUK, 2018. 2: 321—323. [In Russian].
4. Ermolaeva N.I., Zarubina E.Yu., Romanov R.E., Leonova G.A., Puzanov A.V. Hydrobiological conditions of sapropel formation in the lakes of southwestern Siberia. *Vodnye resursy.* Water resources. 2016, 43, 1: 79—91. [In Russian].
5. Novigatsky A.N., Lisitsyn A.P., Shevchenko V.P., Klyuvitkin A.A., Kravchishina M.D., Politova N.V. Sedimentogenesis in the White Sea: vertical flows of dispersed sedimentary matter and absolute masses bottom sediments. *Okeanologiya.* Oceanology. 2020, 60, 3: 429—441. [In Russian].
6. Averkiev A.S., Rybalko A.E., Lukyanov S.V., Novikov M.O. Estimation of sedimentation rate in the Gulf of Finland. *Trudy II Vserossiiskoi konferentsii «Gidrometeorologiya i ekologiya: dostizheniia i perspektivy razvitiia».* Sankt-Peterburg. 19—20 dekabria 2018. Proceedings of the II All-Russian conference “Hydrometeorology and ecology: achievements and development prospects”. St. Petersburg.

- 19—20 December 2018: 65—72. Available at: [http://mgo-spb.ru/f/143as\\_averkiyev\\_aye\\_rybalko\\_sv\\_lukyjanov\\_aa\\_gorbatenko.pdf](http://mgo-spb.ru/f/143as_averkiyev_aye_rybalko_sv_lukyjanov_aa_gorbatenko.pdf). [In Russian].
7. *Migliaccio R.W., Green C.H., Chaubey I., Arnold J.G.* Phosphorus modeling in soil and water assessment tool (SWAT) model. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/264884900\\_7\\_Phosphorus\\_Modeling\\_in\\_Soil\\_and\\_Water\\_Assessment\\_Tool\\_SWAT\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/264884900_7_Phosphorus_Modeling_in_Soil_and_Water_Assessment_Tool_SWAT_Model)
  8. *Liu Y., Li H., Cui G., Cao Y.* Water quality attribution and simulation of non-point source pollution load flu in the Hulan River basin. *Scientific Reports*. 2020. 10:3012. doi: 10.1038/s41598/s41598-020-59980-7.
  9. *Epelde A.M., Cerro I., Sanchez-Perez J.M., Sauvage S., Srinivasan R., Antiguada I.* Application of the SWAT model to assess the impact of changes in agricultural management practices on water quality. *Hydrological Sciences Journal*. 2015, 60:5: 825—843. doi: 10.1080/02626667.2014.967692.
  10. *Tiruneh B.A.* Modeling water quality using soil and water assessment tool (SWAT). *Environmental System Analysis and Management*. A case study in Lake Nalvasha Basin, Kenya. Thesis submitted to the International Institute for Geo-Information Science and Earth Observation. Available at: [https://www.itc.nl/library/Papers\\_2004/msc/wrem/berihun\\_adamu\\_tiruneh.pdf](https://www.itc.nl/library/Papers_2004/msc/wrem/berihun_adamu_tiruneh.pdf).
  11. *Elsgolts L.E.* Differential equations and calculus of variations. Moscow: Nauka, 1974: 432 p. [In Russian].

**Конфликт интересов:** конфликт интересов отсутствует.

*Статья поступила 22.04.2021*

*Принята к публикации после доработки 30.08.2021*

### ***Сведения об авторах***

*Агаев Фахрaddin Гюльали оглы*, д-р техн. наук, профессор, Директор Института космических исследований природных ресурсов Национального аэрокосмического агентства, г. Баку, Азербайджанская Республика, [direktor.tekti@mail.ru](mailto:direktor.tekti@mail.ru).

*Асадов Хикмет Гамид оглы*, д-р техн. наук, профессор, нач. отдела НИИ Аэрокосмической информатики Национального аэрокосмического агентства, г. Баку, Азербайджанская Республика, [asadzade@gambler.ru](mailto:asadzade@gambler.ru).

*Джафарова Басти Лейсан гызы*, диссертант Института космических исследований природных ресурсов Национального аэрокосмического агентства, старший преподаватель Гянджинского государственного университета.

*Абдурахманова Ирада Гамид гызы*, нач. отдела НИИ Аэрокосмической информатики Национального аэрокосмического агентства.

### ***Information about authors***

*Agayev Fakhraddin Gulali oglu*, Grand PhD (Tech. Sci.), professor, Director of Institute of Space Researches of Natural Resources of National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan Republic.

*Asadov Hikmat Hamid oglu*, Grand PhD (Tech. Sci.), professor, head of department of research Institute of Aerospace Informatics of National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan Republic.

*Jafarova Basti Leysan gizi*, dissertant of Institute of Space Researches of Natural Resources of National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan Republic. Senior lecturer of Gyandja State University.

*Abdurrahmanova Irada Hamid gizi*, head of department of Research Institute of Aerospace Informatics of National Aerospace Agency.