

Обзорная статья

УДК 51:378.147

doi: 10.33933/2713-3001-2024-74-143-152

Роль математики в обучении студентов РГГМУ

***Галина Иосифовна Беликова, Екатерина Анатольевна Бровкина,
Ирина Владимировна Зайцева, Вера Валерьевна Петрова,
Сергей Николаевич Фадеев***

Российский государственный гидрометеорологический университет, Санкт-Петербург,
galabel45@gmail.com.

Аннотация. Математика в РГГМУ является одной из важнейших дисциплин. В данной статье подробно проанализирована роль преподавателей-математиков в процессе обучения студентов университета. Уделено внимание математическому моделированию и вычислительной математике, представлен эксперимент, связанный со студенческими докладами по истории Российской математической школы. Такой цикл докладов положительно влияет на процесс воспитания чувства патриотизма у молодого поколения и повышает у студентов интерес к математике.

Ключевые слова: высшая математика, математическое моделирование, вычислительная математика, прогноз опасных явлений, математическая статистика, история.

The role of mathematics in teaching students RSHU

***Galina I. Belikova, Ekaterina A. Brovkina, Irina V. Zaitseva,
Vera V. Petrova, Sergey N. Fadeev***

Russian State Hydrometeorological University, Saint Petersburg, Russia, galabel45@gmail.com

Summary. Mathematics is extremely important part in general system of higher education in our university. One may say, that present hydrometeorology is physics, mathematics and strong computer. Role of mathematics becomes more significance thanks to continuous developing of mathematical modeling. That is why a mathematical professor must teach his students at a more high level. Attention is paid to mathematical modeling. It has long been successfully used to describe processes, occurring in the atmosphere and oceans; used to forecast various phenomena, including dangerous and especially dangerous phenomena. Various methods of approximation theory and mathematical statistics are widely used in the analysis of hydrometeorological observation series. There is described the experience, associated with student presentation reports on the history of the development of the Russian mathematical school in the end of the article. Such series of reports has a positive effect on the process of instilling a sense of patriotism in the young and increases students' interest in mathematics.

Keywords: higher mathematics, mathematical modeling, prediction of dangerous phenomena, series of observations, mathematical statistics, history.

Введение

Структура мироздания основана на математике.

Архимед

В нашем университете всегда уделялось большое внимание процессу преподавания высшей математики, что неудивительно. Ещё Галилей говорил: «Великая

книга природы может быть прочитана только теми, кто знает язык, на котором она написана, а этот язык — математика». Значение математики прекрасно понимал и Р. Декарт — знаменитый французский математик и философ XVII века. Он много и плодотворно изучал причины образования облаков, дождя, грома, молнии, радуги и впервые представил метеорологию с научной точки зрения, используя при этом математику.

На протяжении многих лет кафедра математики пользовалась большим авторитетом у студентов и всего преподавательского состава. Среди выпускников были студенты, которые дополнительно учились на математико-механическом факультете ЛГУ и получили диплом математика. Например:

- метеоролог Русин И. Н., профессор, д-р физ.-мат. наук;
- метеоролог Неёлова Л. О., доцент, канд. физ.-мат. наук;
- гидролог Саноцкая Н. А., доцент, канд. физ.-мат. наук;
- океанолог Веретенников В. Н., профессор, канд. физ.-мат. наук;
- океанолог Сычев В. И. доцент, канд. физ.-мат. наук;
- метеоролог Савченко В. Г., д-р физ.-мат. наук.

Кафедре всегда были свойственны профессионализм и доброжелательность. Большинство преподавателей кафедры — выпускники матмеха ЛГУ. Огромным авторитетом во второй половине XX в. пользовался И. С. Понизовский — безупречный преподаватель, любимец всех студентов. Сферой его научных интересов была высшая алгебра, по которой он защитил докторскую диссертацию. И. С. Понизовский был редактором международного научного журнала по высшей алгебре и участником ряда международных алгебраических конференций, одну из которых он организовал и провёл в Гидромете. Интересно отметить, что в юности он жил в блокадном Ленинграде и учился в то страшное время в знаменитой 206-й школе [1]. И. Я. Ашнивец была прекрасным преподавателем, удивительно светлым и красивым человеком. До Гидромета она работала на матмехе в ЛГУ. И. Я. Ашнивец рассказывала, что её предками были шведы. Они жили в нашем городе со времён его основания [1]. Последние годы на кафедре работал кандидат физ.-мат. наук, доцент В. Г. Никитенко — один из авторов современного учебника по теории вероятностей [2].

Есть несколько выпускников Гидромета, из которых кафедра математики воспитала преподавателей высшей математики. В. Н. Веретенников на протяжении многих лет успешно возглавлял кафедру и был отличным преподавателем. Его ученица Н. А. Саноцкая — доцент кафедры гидрометрии, автор спецкурса по теории вероятностей и математической статистике.

До конца XX в. кафедра математики тесно взаимодействовала со специальными кафедрами, благодаря чему происходило дальнейшее развитие курсов лекций по различным разделам высшей математики: математической физики, вычислительной математики, теории вероятностей, математической статистики и функционального анализа.

Специалисты в области теории вероятностей и математической статистики — доценты Д. И. Казакевич и В. С. Ершова — занимались научной работой в институте «Авиационной метеорологии» под руководством доктора физ.-мат.

наук, профессора С.В. Солонина. К. И. Кудрявая разрабатывала морские прогнозы с помощью теории вероятностей и математической статистики. Ю. Л. Матвеев и Г. И. Беликова участвовали в математических расчётах, связанных с проблемами спутниковой метеорологии, динамики облаков и т.д.

В разные периоды на кафедре преподавали приглашённые математики. Одним из них был доктор физ.-мат. наук Б. Г. Вагер — автор трёх монографий по математическому моделированию и применению методов вычислительной математики в гидрометеорологии, написавший более 120 учебных пособий. Среди них наиболее популярны «Сплайны и метод конечных разностей при решении прикладных задач» и «Введение в прикладную математику». Он был ответственным редактором межвузовского тематического сборника трудов «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». В одном из выпусков этого сборника [3] есть статья математиков нашей кафедры. Б. Г. Вагер был заслуженным работником высшей школы РФ и членом президиума научно-методического совета по математике вузов Северо-Запада. Он увлекался шахматами, был мастером ФИДЕ, участником первенств РФ по шахматам среди ветеранов и командных первенств Европы.

Другим совместителем был доктор физ.-мат. наук, ведущий в России специалист по атмосферному электричеству, написавший монографию по данной тематике, В. Н. Морозов [4].

Коллектив кафедры занимался подготовкой учебных пособий по высшей математике и специальным главам высшей математики: К. И. Кудрявая «Теория вероятностей», «Задачник по теории вероятностей и математической статистике»; Д. И. Казакевич «Основы теории случайных функций и ее применение в гидрометеорологии» и т. д. В настоящее время математики кафедры активно занимаются подготовкой учебных пособий.

На метеорологическом факультете лекции читал учёный-математик Л. С. Гандин. Известна его монография, посвященная оптимальной интерполяции метеорологических полей. На кафедре метеопрогнозов работала В. Д. Еникеева — специалист в области теории вероятностей и математической статистики, канд. физ.-мат. наук, доцент, соавтор учебника «Авиационная метеорология».

В настоящее время сменилось название кафедры. Сократился объём лекционных часов и количество практических занятий. Несмотря на это, преподаватели-математики кафедры открывают студентам удивительный мир этой прекрасной науки, приобщают их к тем разделам математики, которые широко используются в гидрометеорологии и экологии.

Математическое моделирование в гидрометеорологии и экологии

Часть студентов, поступая в наш университет, уверены, что в РГТМУ основной предмет — география, которая никак не связана с математикой. Убедить их в обратном удаётся только с помощью исторических фактов. Студенты с удивлением узнают на занятиях по математике, что в основе развития картографии лежат работы великих математиков.

В XVIII в. необходимо было создать наиболее точные географические карты всей территории России. Для этого образовали группу из геодезистов, чертёжников и математиков. Работая в этой группе, великий Л. Эйлер руководил математическими и картографическими работами и сам занимался черчением карт. В 1745 г. появился «Атлас России». Эйлер писал: «Я уверен, что география российская через наши труды приведена в гораздо исправнейшее состояние, чем география немецкой земли» [5].

В работе «О построении географических карт» выдающийся русский математик П. Л. Чебышев представил метод построения такой проекции, при которой искажение масштаба уменьшалось в два раза.

Ряд крупных математиков с интересом и успешно работали и работают в области гидрометеорологических исследований. Среди них Л. С. Гандин, Л. Т. Матвеев, Д. Л. Лайхтман, М. И. Юдин, Б. Г. Вагер, В. Н. Морозов и др. Они читали в РГГМУ настолько интересные лекции по математическому моделированию, что ряд их аспирантов, став учёными, тоже уделяли много внимания и времени математическому образованию следующих поколений студентов нашего университета.

Многие из учеников А. Н. Колмогорова создали свои научные школы. А. М. Обухов и А. С. Монин стали знаменитыми учёными в области гидрометеорологии. А. Н. Колмогоров с гордостью говорил, что А. М. Обухов управляет земной атмосферой, а А. С. Монин — океанами [6].

Студентам обязательно следует объяснять, что с развитием математического моделирования роль математики в современном обществе возросла. Этот неоспоримый факт отметил современный российский математик, академик В. И. Арнольд.

Математическое моделирование является важнейшим способом познания окружающего нас мира. В качестве примеров перечислим несколько гидрологических процессов, для которых разработаны и используются математические модели:

- динамика речного стока;
- динамика русловых процессов;
- круговорот различных веществ в водных экосистемах;
- процесс самоочищения и повторного загрязнения водоёмов;

Основой математического моделирования гидродинамических процессов являются одномерные, двумерные и трёхмерные дифференциальные уравнения и системы таких уравнений с различными краевыми и начальными условиями. Например, в простейшем случае модель процесса самоочищения рек — это дифференциальное уравнение первого порядка с заданным начальным условием (задача Коши). В эту модель входят параметры водной среды, а концентрация растворённого кислорода и легко окисляемого биологического вещества представляются как функции, зависящие от времени.

Математической моделью концентрации загрязняющей субстанции, которая переносится потоком воды, является уравнение в частных производных.

В гидрологическом прогнозировании огромную роль играют модели, основанные на математической статистике. Например, систематические наблюдения за изменением уровня реки образуют вариационный ряд, на основе которого даётся краткосрочный или долгосрочный прогноз [8]. Для построения таких прогнозов используются:

- корреляционный анализ;
- регрессионный анализ;
- дискриминантный анализ;
- кластерный анализ;
- факторный анализ и др. [9].

Математическое моделирование различных динамических процессов в атмосфере и океане тоже связано с дифференциальными уравнениями, теорией вероятностей и математической статистикой.

Решение гидрометеорологических и экологических задач с помощью математического моделирования может быть успешным только при условии глубоких знаний математического анализа, высшей алгебры, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики. Для освоения такого большого объёма математики следует начинать и продолжать систематическое обучение студентов с первого по четвертый семестр. Процесс погружения в мир математики может дать положительный результат, если оптимально распределять количество лекций и практических занятий.

Применение вычислительной математики в метеорологии

*В любой науке столько истины,
сколько в ней математики.*

Иммануил Кант

Впервые проблема прогноза погоды как задача математики была рассмотрена в 1904 г. Это была задача решения уравнений в частных производных. Благодаря созданию электронно-вычислительных машин (ЭВМ) в начале 50-х годов XX века появился первый численный прогноз погоды. В институте перспективных исследований в Принстоне группа учёных создала ряд математических моделей различных атмосферных процессов. В эту группу входил знаменитый Джон фон Нейман. Он считал, что прогноз погоды может быть создан только с помощью компьютеров.

В начале 60-х годов появилась первая девятиуровневая модель, основанная на неупрощённых уравнениях математической физики. Дальнейший прогресс в развитии вычислительной техники привёл к созданию более точных математических моделей и к улучшению качества прогноза погоды. Выяснилось, что основные климатические характеристики, полученные с помощью различных моделей, а затем осреднённые по всему набору моделей, гораздо ближе к реальным характеристикам, чем полученные с помощью отдельных моделей.

В России разработка решения математических моделей изменений климата началась только в 70-х годах XX в. по инициативе президента академии наук СССР, известного математика и специалиста по вычислительной математике Г. И. Марчука. В настоящее время «Вычислительная математика» — хорошо разработанный и теоретически обоснованный раздел современной математики, благодаря которому создано надёжное программное обеспечение для решения множества гидрометеорологических задач.

Существует ряд пакетов стандартных математических программ, например, Mathcad, Matlab и др., в которых реализованы численные методы решения многих математических задач. Для того, чтобы использовать эти популярные во всём мире пакеты, надо знать идею того или иного численного метода, рамки его применения, точность расчёта, требования к исходным данным.

Студенты третьего курса — будущие гидрологи, океанологи и метеорологи — должны уметь решать обычные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных с помощью таких пакетов, поэтому уже на втором курсе студентам читается дисциплина «Вычислительная математика». В нее входят сеточные методы решения дифференциальных уравнений с начальными и граничными (краевыми) условиями. Подробно разбираются явная и неявная схемы решения, устойчивость и условия согласования. Много внимания уделяется сходящимся итерационным процессам. В качестве примера детально разбираются методы Бубнова-Галёркина, Рунге, метод конечных элементов (МКЭ), который во второй половине XX века стал классическим численным методом; его используют в гидрологии и океанологии для решения уравнений мелкой воды с учётом естественной границы (берегов).

Для исследования спектра собственных колебаний в системе океан-атмосфера студентам необходимо знать из высшей алгебры постановку задачи на собственные числа и решение этой задачи в простейших случаях (для матриц второго порядка). Знакомство с этой алгебраической задачей происходит на первом курсе. На втором курсе в цикле лекций «Вычислительная математика» студентов учат решать эту задачу в общем случае итерационными методами. К ним относятся: степенной метод, метод Якоби и метод вращений. Для будущих специалистов очень важным процессом является обработка рядов наблюдений. Этот процесс использует «Теорию аппроксимации», которая читается студентам в курсе лекций «Вычислительная математика».

В обработке рядов наблюдений используют такие важные операции вычислительной математики как интерполяция и экстраполяция. Большую роль играет задача построения непрерывной функции по заданному ряду наблюдений. Для решения этой задачи можно использовать классический метод наименьших квадратов, аппроксимацию многочленами Чебышева, кубические интерполяционные сплайны, гармонический анализ и др.

Математика и гидромеханика

Преподавателями кафедры наряду с высшей математикой читается необходимый для студентов РГГМУ курс «Основы гидромеханики», в котором уделяется большое внимание связи между математикой и гидромеханикой. Понимание каждой из этих дисциплин становится более глубоким, если использовать следующие простейшие примеры из гидрометеорологии.

1. *Скалярные и векторные поля.* При определении скалярного поля можно сразу отметить, что это скалярная функция, значение которой соответствует некоторой точке пространства. Примеры скалярных полей: температура, давление и плотность воздуха. Они зависят от времени и движения в атмосфере. При

определении векторного поля в качестве примера удобно приводить скорость и направление движения некоторой воздушной массы.

2. *Ротор и дивергенция.* Эти операторы используются и в математике, и в гидромеханике. Они играют важную роль в описании различных гидрометеорологических явлений. С помощью ротора легко определить отсутствие или наличие вихря и его перемещение в воздушной или водной среде. В зависимости от численного значения и знака дивергенции можно обнаружить источники или стоки жидкости в водоёме.

3. *Производная по направлению.* Студенты далеко не сразу понимают смысл использования такой производной. Она весьма полезна, например, при вычислении скорости движения циклона в заданном направлении.

4. *Производные сложных (композиций) функций.* Для описания движения жидкости или газа в гидромеханике используем подход Л. Эйлера. Предположим, что нужно найти скорость изменения температуры движущейся частицы воздуха. Температура изменяется с течением времени. Частица воздуха движется, её координаты тоже зависят от времени, поэтому зависимость температуры от времени — сложная функция, скорость изменения температуры частицы воздуха вычисляется с помощью производной сложной функции. Такая производная показывает влияние скорости ветра на изменение температуры.

5. *Кривые первого и второго порядков.* В гидромеханике траектория движения частиц определяется как геометрическое место точек, занимаемых частицей среды с течением времени. Для представления траекторий движения частиц студенты должны знать из аналитической геометрии канонические уравнения кривых первого и второго порядков.

Кривые первого порядка (прямые) описывают равномерный поток. Кривые второго порядка — различные завихрения (окружности, эллипсы) и обтекание углов (гиперболы). Знание геометрического образа траектории движения способствует быстрому запоминанию структуры соответствующих уравнений.

6. *Вычисление давления.* Давление в атмосфере всегда падает с увеличением высоты, но в разных условиях оно падает по-разному. Если пренебречь изменением плотности воздуха — поведение давления будет одним, если считать, что плотность меняется, а температура постоянна — изменение давления будет другим. Для учёта нескольких параметров влияния на изменение давления следует обращаться к теории дифференциальных уравнений. Весьма полезно решать одно дифференциальное уравнение с одинаковыми начальными условиями, но при различных атмосферных процессах. В таких случаях будут видны отличия значений давления, вычисленных на одинаковой высоте.

Математика, история, патриотизм

*Гордиться славою своих предков
не только можно, но и должно.*

А. С. Пушкин

Руководство РГТМУ предложило преподавателям уделять больше внимания воспитанию чувства патриотизма у студентов. Вопрос о воспитании патриотизма был и остаётся актуальным. В XIX в. гениальный математик, ректор Казанского

университета Н. И. Лобачевский, обращаясь к студентам, пожелал им составить «честь и славу своему Отечеству». В XX в. великий математик и ректор Петербургского университета А. Д. Александров писал, что студентов следует воспитывать гражданами России — смелыми, умными, инициативными, открытыми для восприятия новых идей.

Патриотизм основан на знании истории своей страны, гордости достижениями и подвигами прошлых поколений и современников. В рамках преподавания воспитание проходит через предмет, поэтому возникла идея об организации систематических выступлений студентов с историческими докладами о зарождении и дальнейшем развитии Российской математической школы.

Пётр I стремился к процветанию России, понимал, что для этого необходимо поставить образование в стране на самый высокий уровень. Ведущую роль он отдавал математике. Прошли столетия, и мечта великого Петра I сбылась. Математическая школа России с середины XX в. стала одной из ведущих математических школ в мире.

История российской математической школы теснейшим образом связана с жизнью и творчеством самих математиков, беззаветно преданных своему делу и России. В библиотеке РГГМУ есть современные учебные пособия, посвящённые этой интересной теме: «Очерки по истории математики» (2013) и «Математики России» (2023).

Отдельные очерки об истории соответствующих разделов высшей математики и её творцах включены в следующие учебные пособия нашего университета: «Высшая алгебра» (2021), «Дифференциальные уравнения» (2020), «Численные методы» (2019), «Основы математического анализа» (2012), «Геометрия» (2010), «Ряды и их приложения» (2023), «Основы математического анализа функций нескольких переменных» (2022), «Основы теории вероятностей и элементы математической статистики» (2018), которые написаны математиками нашей кафедры.

Эксперимент с докладами студентов по истории математики в 2021 г. прошёл удачно. После этого уже третий учебный год студенты первого и второго курсов достойно выступают в своих группах. В марте 2022 г. на секции «Прикладные аспекты высшей математики и теоретической механики в информационных технологиях» в РГГМУ выступила студентка экологического факультета Д. Степанова с докладом «Пётр I и математика». В 2022 г. на международной научно-практической конференции «Информационные системы в Арктике» выступили с докладом «Отто Шмидт – покоритель Севера» студенты второго курса А. Максаров, В. Рубаник и А. Часовников. В апреле 2023 г. на всероссийской научно-практической конференции по гидрометеорологии аудитория с большим вниманием слушала доклад «А. Крылов – великий математик и корабел»; выступали студенты первого курса В. Мишаков, А. Фомина, О. Недбайло. В ноябре 2023 г. на очередной конференции Инфогео студенты второго курса В. Чесноков и М. Гробылев выступили с докладом «П. Чебышев, математика и информатика».

Доклады, связанные с историей появления и развития всемирно известной Российской математической школы и с достижениями великих российских

математиков, положительно влияют на процесс воспитания чувства патриотизма у молодого поколения и повышают у студентов интерес к математике.

Заключение

Приведём мудрое высказывание известного американского математика Мориса Клайна (1908—1992), посвятившего много научных работ истории математики и вопросам математического образования: «Математика была и остаётся высшим интеллектуальным достижением и наиболее оригинальным творением человеческого духа. Музыка может возвышать или умиротворять душу, философия — удовлетворять потребности разума, инженерное дело — совершенствовать материальную сторону жизни людей. Но математика способна достичь всех этих целей. Если же говорить о возможностях человеческого разума, то математики немало потрудились, чтобы доказать, сколь высокую надёжность результатов способен обеспечить человеческий разум. Математика по-прежнему остаётся эталоном самого надёжного и точного знания, которого мы только в состоянии достичь».

Список литературы

1. К десятилетию образования Института информационных систем и геотехнологий: история, настоящее, планы на будущее // Гидрометеорология и экология. 2021. №62. С. 165–168.
2. Азизов А. М., Курицын А. Г., Никитенко В. Г. Основы прикладной математики. Теория вероятностей и математическая статистика. СПб: Химия, 1994. 264 с.
3. Беликова Г. И., Радикевич В. В., Толстоброва Н. Б. Численная модель циркуляции Ленгмюра // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. 1998. Вып. 4. СПбГАСУ. С. 41–46.
4. Морозов В. Н. Математическое моделирование атмосферно-электрических процессов с учётом влияния аэрозольных частиц и радиоактивных веществ. РГМУ. СПб.: 2011, 253 с.
5. Беликова Г. И., Витковская Л. В. Математики России. СПб.: РГМУ. 2023. 104 с.
6. Колмогоров А. Н. Математика в её историческом развитии. М.: Издательство ЛКИ. 2007. 224 с.
7. Сазонова Д. Г. Системный подход к применению математического моделирования в гидрологии // Географический вестник. 2011. №4. С. 39—43.
8. Булатов О. В., Елизарова Т. Г. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоёмах // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. Т. 51. №1. С. 170—184.
9. Белолипецкий В. М., Шокин Ю. И. Математические модели в задачах охраны окружающей среды. Новосибирск: Издательство «ИНФОЛИО-пресс», 1997.

Информация об авторах

Галина Иосифовна Беликова, кафедра высшей математики и физики, Российский государственный гидрометеорологический университет, старший преподаватель, galabel45@gmail.com.

Екатерина Анатольевна Бровкина, кафедра высшей математики и физики, Российский государственный гидрометеорологический университет, старший преподаватель, brovkina20146@gmail.com.

Ирина Владимировна Зайцева, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и физики, Российский государственный гидрометеорологический университет, i.zaitseva@rshu.ru.

Вера Валерьевна Петрова, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики и физики, Российский государственный гидрометеорологический университет, tutor.tiger@yandex.ru.

Сергей Николаевич Фадеев, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики и физики, Российский государственный гидрометеорологический университет, fsn3@yandex.ru.

Information about authors

Galina Iosifovna Belikova, senior teacher, department of higher mathematics and physics, Russian State Hydrometeorological University.

Ekaterina Anatolievna Brovkina, senior teacher, department of higher mathematics and physics, Russian State Hydrometeorological University.

Irina Vladimirovna Zaitseva, PhD (Phys.-Math. Sci.), docent, head of higher mathematics and physics department, mathematician, Russian State Hydrometeorological University.

Vera Valerievna Petrova, PhD (Phys.-Math. Sci.), docent, department of higher mathematics and physics, Russian State Hydrometeorological University.

Sergey Nikolaevich Fadeev, PhD (Phys.-Math. Sci.), docent, department of higher mathematics and physics, mathematician, mechanic, physicist, Russian State Hydrometeorological University.