Гидрометеорология и экология. 2024. № 77. С. 645—660.
Hydrometeorology and Ecology. 2024;(77):645—660.

Научная статья
УДК 556.048
doi: 10.33933/2713-3001-2024-77-645-660

Оценка стандартных ошибок выборочных коэффициентов вариации и асимметрии при анализе гидрологических рядов

Александр Владимирович Сикан[1], Денис Александрович Щеглов[2]

[1] Российский государственный гидрометеорологический университет, Санкт-Петербург, Россия, sikan07@yandex.ru

[2] Государственный гидрологический институт, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. В настоящей работе на основе искусственных гидрологических рядов, полученных методом Монте-Карло, проведено исследование стандартных ошибок выборочных коэффициентов вариации и асимметрии. В качестве базового распределения использовалось распределение Пирсона III типа. Исследовались выборки продолжительностью от 10 до 200 лет с различными значениями коэффициентов вариации и асимметрии. Выполнен анализ существующих формул стандартных ошибок выборочных параметров распределения. Предложен новый алгоритм для оценки стандартных ошибок коэффициентов вариации и асимметрии. Проверка методики выполнена на примере рядов максимальных расходов рек Северо-Запада РФ.

Ключевые слова: статистический анализ гидрологических рядов, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии, стандартные ошибки, распределение Пирсона III типа, метод Монте-Карло.

Благодарности: Работа выполнена в рамках научно-исследовательской темы кафедры инженерной гидрологии РГГМУ «Совершенствование методов расчета основных режимных характеристик рек и водоемов с учетом изменений климата и возрастающей антропогенной нагрузки на водосборы водных объектов».

Для цитирования: Сикан А. В., Щеглов Д. А. оценка стандартных ошибок выборочных коэффициентов вариации и асимметрии при анализе гидрологических рядов // Гидрометеорология и экология. 2024. № 77. С. 645—660. doi: 10.33933/2713-3001-2024-77-645-660.

Original article

Estimation of standard errors of sample coefficients of variation and asymmetry in the analysis of hydrological series

Alexander V. Sikan[1], Denis A. Shcheglov[2]

[1] Russian State Hydrometeorological University

[2] State Hydrological Institute

Summary. In accordance with the regulatory documents in force in Russia, the methodology for calculating hydrological characteristics depends on the duration of the hydrological series. In the presence of hydrometric observations of sufficient duration, the calculation is carried out by applying analytical probability distribution functions. In the case of short samples, at the first stage, the series is lengthened using data on analog rivers. The duration of the series is considered sufficient if the relative errors of the average value and the coefficient of variation do not exceed the critical value. For annual and seasonal runoff, the critical value is 10%, for extreme runoff — 20 %.

However, SP 529.1325800.2023 "Determination of the main calculated hydrological characteristics" provides a universal formula only for calculating the standard error of the average value. For the standard error of the coefficient of variation, a formula is given for the case when the ratio of the coefficient of asymmetry to the coefficient of variation is two, i.e. for $C_s/C_v = 2$. The formula for calculating C_s is not provided in the document.

In this paper, based on artificial hydrological series obtained by the Monte Carlo method, a study of standard errors of sample coefficients of variation and asymmetry is carried out. The Pearson type III distribution was used as the base distribution. Samples lasting from 10 to 200 years with different values of coefficient of variation and asymmetry were studied. The analysis of the existing formulas of standard errors of sample distribution parameters is performed. A new algorithm is proposed for estimating the standard errors of the coefficient of variation and asymmetry. The verification of the developed methodology was carried out using the example of the series of maximum expenditures of the spring flood of rivers in the Northwestern region of Russia.

Keywords: statistical analysis of hydrological series, coefficient of variation, coefficient of asymmetry, standard errors, Pearson distribution type III, Monte Carlo method

Acknowledgments: The work was carried out within the framework of the research topic of the Department of Engineering Hydrology of the Russian State Hydrometeorological University "Improving the methods for calculating the main regime characteristics of rivers and reservoirs taking into account climate change and increasing anthropogenic load on the catchment areas of water bodies".

For citation: Sikan A. V., Shcheglov D. A. Estimation of standard errors of sample coefficients of variation and asymmetry in the analysis of hydrological series. *Gidrometeorologiya i Ekologiya = Journal of Hydrometeorology and Ecology.* 2024;(77):645—660. (In Russ.). doi: 10.33933/2713-3001-2024-77-645-660.

Введение

В соответствии с действующими нормативными документами методика расчета гидрологических характеристик зависит от продолжительности гидрологического ряда. При наличии данных гидрометрических наблюдений достаточной продолжительности расчет «осуществляют путем применения аналитических функций распределения ежегодных вероятностей превышения — кривых обеспеченностей» [1, 2]. При ограниченности данных наблюдений на первом этапе выполняется приведение рядов к многолетнему периоду с использованием данных по рекам-аналогам.

Продолжительность ряда считается достаточной, если относительные ошибки среднего значения и коэффициента вариации не превышают критическое значение. Для годового и сезонного стока критическое значение 10 %, для экстремального стока — 20 %. Однако в Своде Правил СП 529.1325800.2023 «Определение основных расчетных гидрологических характеристик» представлена универсальная формула только для расчета стандартной ошибки среднего значения. Для стандартной ошибки коэффициента вариации приводится формула для случая, когда отношение коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации равно двум, т. е. для $C_s/C_v = 2$. Формула для расчета стандартной ошибки C_s в СП вообще отсутствует. При этом в методических рекомендациях [2] говорится, что ошибки C_v и C_s следует определять по специальным таблицам, полученным методом статистических испытаний и опубликованным в монографии А. В. Рождественского [3]. Однако в этих таблицах даны ошибки только для значений C_s/C_v от 1 до 4 и с точностью до одной значащей цифры.

Целью настоящей статьи является задача разработки алгоритма для оценки погрешностей выборочных параметров распределения и оценки надежности применяемых в настоящее время формул.

Материалы и методы

Для решения поставленной задачи моделировались искусственные гидрологические ряды продолжительностью (n) от 10 до 200 лет при различных значениях C_v и C_s/C_v. Для каждого сочетания n, C_v и C_s/C_v моделировалось от 30 до 100 серий по 100 рядов. Рассматривался диапазон значений C_v от 0,1 до 2 и диапазон C_s/C_v от 0 до 6. Моделирование рядов осуществлялось методом статистических испытаний (методом Монте-Карло) [4—9]. В качестве базового распределения использовалось распределение Пирсона III типа [3, 10, 11 и др.]. При этом предполагалось, что все выборки представляют собой случайные независимые последовательности. Расчет параметров распределения выполнялся методом моментов.

Выбор распределения Пирсона III типа связан с тем, что оно широко используется в мировой практике гидрологических расчетов и в большинстве случаев хорошо аппроксимирует эмпирические распределения. Частными случаями распределения Пирсона III типа являются нормальное распределение (при $C_s \to 0$), двухпараметрическое гамма-распределение (при $C_s/C_v = 2$) и экспоненциальное распределение (при $C_s = 2$).

Исследование стандартных ошибок среднего значения

В соответствии с методическими рекомендациями [2] относительная среднеквадратическая ошибка выборочного среднего значения при отсутствии автокорреляции при любых соотношениях C_s/C_v рассчитывается по формуле:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{C_v}{\sqrt{n}} 100\%. \qquad (1)$$

Как показал анализ, для выборок любой продолжительности модельные значения погрешностей совпадают со значениями погрешностей, рассчитанными по формуле (1) при любых сочетаниях C_v и C_s (рис. 1).

Данный вывод не является оригинальным, так как формула (1) является следствием центральной предельной теоремы [12]. Но здесь важно подчеркнуть, что формула (1) дает удовлетворительный результат даже для коротких выборок.

Исследование стандартных ошибок коэффициента вариации

1. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из нормального распределения ($C_s = 0$)

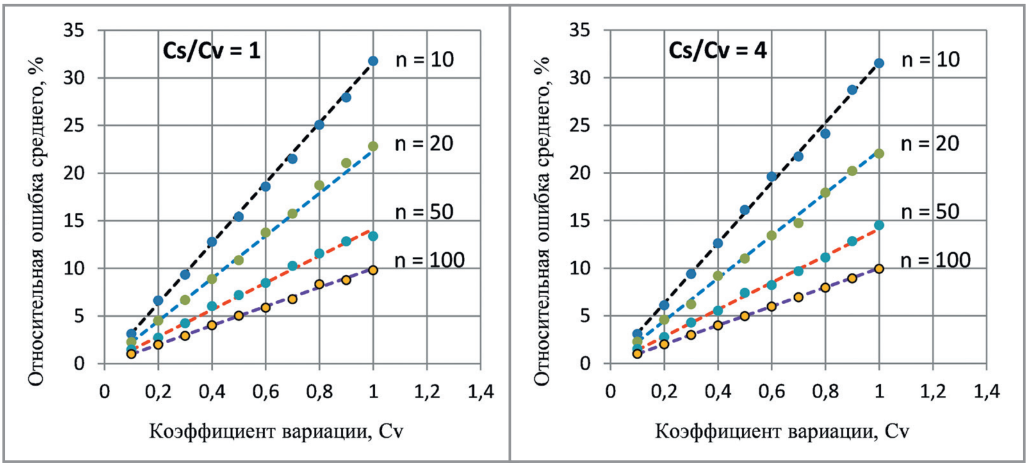

Рис. 1. Зависимости относительной ошибки среднего значения от коэффициента вариации и длины ряда при различных значениях C_s/C_v.

Пунктирные линии — расчет по формуле; точки — модельные данные.

Fig. 1. Dependences of the relative error of the average value on the coefficient of variation and the length of the series at different values of C_s/C_v.

Dotted lines — calculation by formula, dots — model data.

Формулу для расчета стандартной ошибки коэффициента вариации при независимости членов ряда можно представить в виде выражения:

$$\sigma_{c_v} = \frac{C_v\sqrt{1+aC_v^2}}{\sqrt{2n}}, \tag{2}$$

где a — параметр, зависящий от длины выборки и коэффициента асимметрии.

Считается, что для нормального распределения параметр $a = 2$ [12, 13]:

$$\sigma_{c_v} = \frac{C_v\sqrt{1+2C_v^2}}{\sqrt{2n}}. \tag{3}$$

Однако, как показал численный эксперимент, $a = 2$ соответствует только длине выборок $n > 200$. Для коротких выборок коэффициент a меняется от 2,95 при $n = 20$ до 2,24 при $n = 100$ (рис. 2).

На основе численного моделирования была получена формула зависимости параметра «a» от длины выборки для нормального распределения:

$$a = 2 + 1{,}33e^{-0{,}017n}. \tag{4}$$

Следует отметить, что формулы типа (2) являются приближенными и могут использоваться для однородных выборок. Попытка получить точное распределение выборочного коэффициента вариации для нормального закона распределения

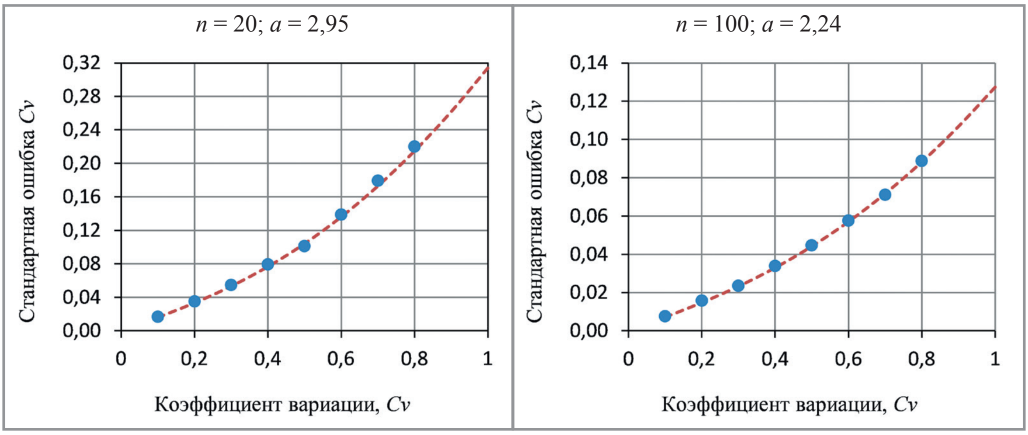

Рис. 2. Зависимости стандартной ошибки выборочного коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине выборок для нормального распределения по результатам моделирования.

Пунктирные линии — расчет по формуле (3); точки — модельные данные.

Fig. 2. The dependence of the standard error of the sample coefficient of variation on the coefficient of variation for different sample lengths for a normal distribution based on the simulation results.

Dotted lines — calculation according to the formula (3); dots — model data.

предпринята в работе [14]. Вопрос оценки погрешностей параметров распределения по неоднородным выборкам рассматривается в работе [15].

2. Стандартные ошибки коэффициента вариации для выборок из двухпараметрического гамма-распределения ($C_s/C_v = 2$)

При $C_s/C_v = 2$ распределение Пирсона III типа превращается в двухпараметрическое гамма-распределение. В монографиях [16, 17] для этого распределения стандартную ошибку коэффициента вариации рекомендуется определять по формуле (2) при $a = 1$:

$$\sigma_{c_v} = \frac{C_v\sqrt{1+C_v^2}}{\sqrt{2n}}. \tag{5}$$

Формула (5) рекомендовалась нормативным документом СН 435-72 для расчета стандартной ошибки коэффициента вариации, полученного методом моментов независимо от соотношения C_s/C_v.

В действующем в настоящее время нормативном документе СП 529.1325800.2023 в случае $C_s/C_v = 2$ и при независимости членов выборки рекомендуется формула Е. Г. Блохинова [18]:

$$\sigma_{c_v} = \frac{C_v}{n+4C_v^2}\sqrt{\frac{n\left(1+C_v^2\right)}{2}}. \tag{6}$$

Как показали результаты моделирования, для получения достоверных оценок стандартных погрешностей коэффициента вариации вместо формул (5) и (6) можно использовать формулу (2) с переменным значением параметра a, так как параметр a при $n < 200$ зависит от длины выборки.

На основе результатов моделирования была получена формула зависимости параметра a от длины выборки для двухпараметрического гамма-распределения:

$$a = 0{,}8 - 0{,}75e^{-0{,}022n}. \quad (7)$$

Установлено, что при длине выборок $n > 200$ параметр a превращается в константу (a = 0,8). Переход от стандартной ошибки C_v к относительной ошибке во всех случаях производился по формуле:

$$\varepsilon_{Cv} = \frac{\sigma_{Cv}}{C_v}100\%. \quad (8)$$

На рис. 4 показаны зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда, полученные по результатам моделирования и рассчитанные с использованием формул (5), (6) и (2).

Как видно на рисунке, модельные данные и расчет по формуле (2) с параметром a, определенным по формуле (7), практически совпадают. Статистическое

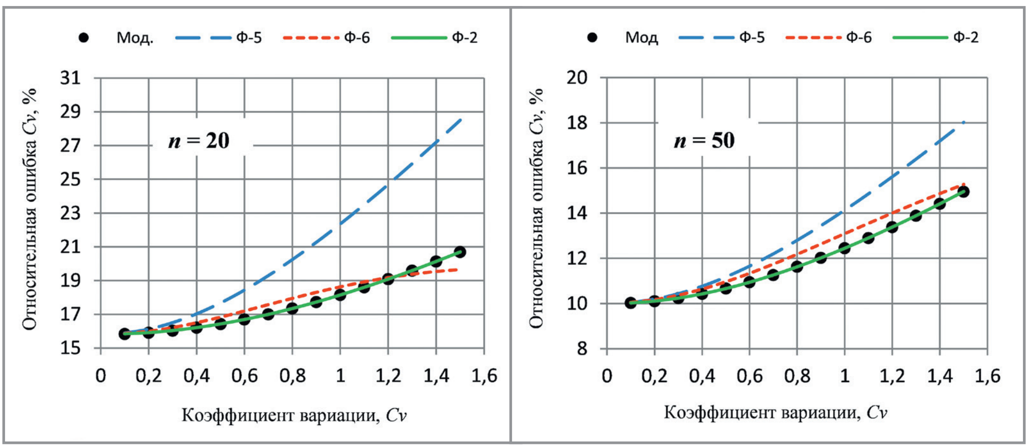

Рис. 3. Зависимости относительной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации при различной длине ряда и C_s/C_v = 2, полученные по результатам моделирования и рассчитанные по формулам.

Мод — по результатам моделирования; Ф-5 — по формуле (5); Ф-6 — по формуле (6); Ф-2 — по формуле (2) с переменным параметром a.

Fig. 3. The dependences of the relative error of the coefficient of variation on the coefficient of variation for different series lengths and C_s/C_v = 2, obtained from simulation results and calculated using formulas.

Mod — according to the results of modeling; Ф-5 — according to formula (5); Ф-6 — according to formula (6), Ф-2 — according to formula (2) with variable parameter a.

моделирование и формула Е. Г. Блохинова (6) тоже дают близкие результаты при любых значениях коэффициента вариации — разница не превышает 1 %.

Формула (5) завышает погрешность, особенно это заметно при больших значениях коэффициента вариации и малой длине выборок. Например, при $C_v = 1$ и $n = 50$ завышение 1,7 %, а при $n = 20$ завышение составляет 4,3 %.

3. Формула для расчета стандартной ошибки коэффициента вариации для выборок из распределения Пирсона III типа

Как показал дальнейший анализ, формулу (2) с переменным коэффициентом a можно использовать для любых выборок с распределением Пирсона III типа.

На основе модельных данных была получена обобщенная формула для определения коэффициента a в формуле (2):

$$a = b + ke^{-cn}, \quad (9)$$

где n — длина выборки; b, k и c — параметры, определяемые по табл. 1 в зависимости от отношения C_s/C_v.

Анализ показал, что при использовании параметров из табл. 1 формула (2) с переменным коэффициентом a при любых фиксированных n и C_v дает наименьшее значение стандартной ошибки C_v при приближении значения C_s/C_v к двум. При отклонении значения C_s/C_v от двух в любую сторону ошибка C_v начинает возрастать.

Таблица 1

Значения параметров формулы (9) в зависимости от C_s/C_v

Values of formula parameters (9) depending on C_s/C_v

$\lvert C_s/C_v \rvert$	Параметры формулы		
	b	k	c
0	2,00	1,33	0,017
0,5	1,23	0,95	0,019
1	0,60	0,57	0,020
1,5	0,50	0,23	0,021
2	0,80	−0,75	0,022
2,5	1,23	−1,14	0,024
3	2,00	−2,07	0,025
3,5	3,07	−3,16	0,027
4	4,45	−4,41	0,028
5	8,13	−7,41	0,031
6	13,0	−11,1	0,034

Для проверки представленного алгоритма были построены графики зависимости стандартной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации и длины ряда при различных значениях C_s/C_v с использованием формул (2) и (9). На этот же график были нанесены значения стандартных ошибок C_v из таблиц А. В. Рождественского (рис. 4). Как видно на этом рисунке, оба метода дают близкие значения.

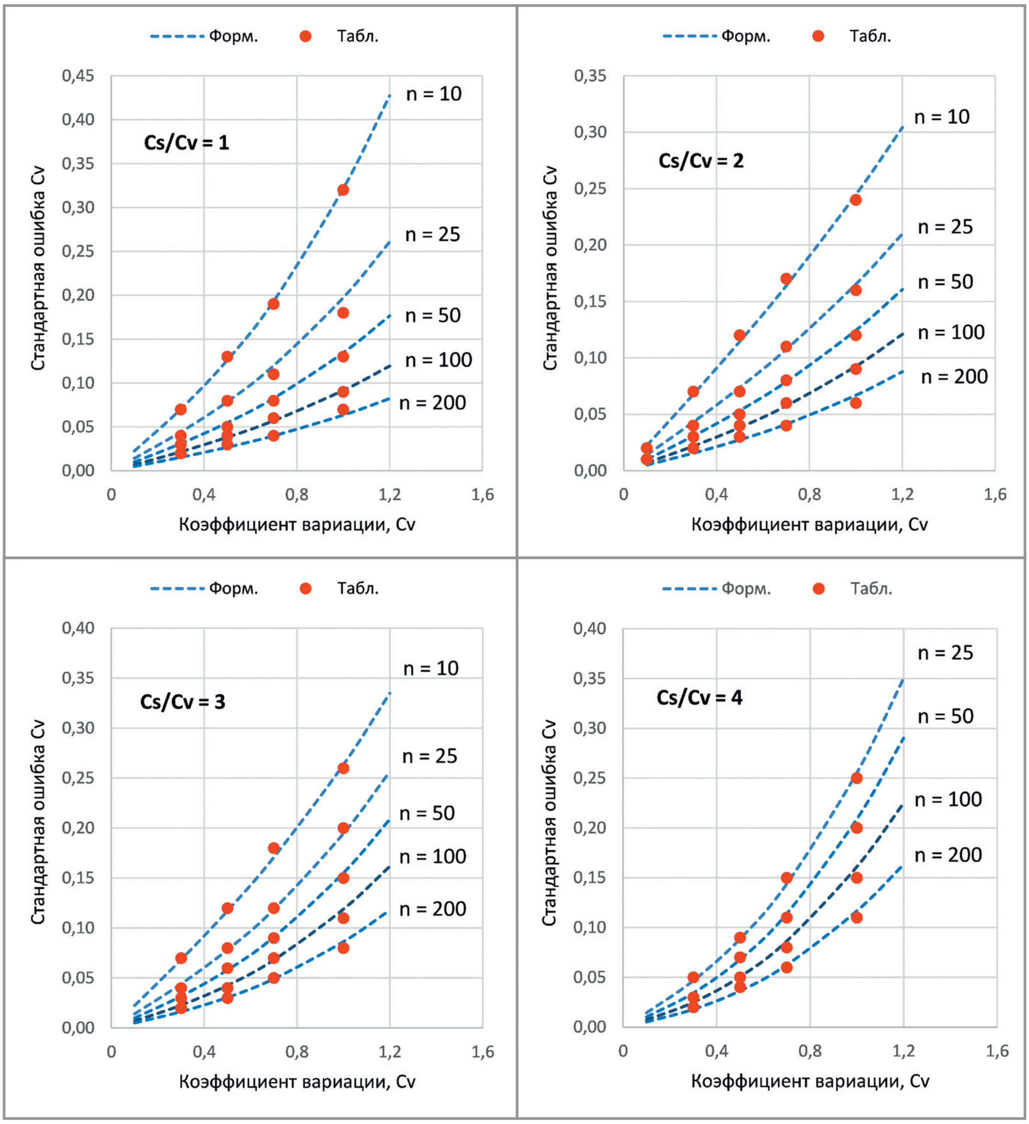

Рис. 4. Графики зависимости стандартной ошибки коэффициента вариации от коэффициента вариации и длины ряда при различных значениях C_s/C_v.

Форм. — расчет по формуле (2) с переменным значением параметра *a*;
Табл. — значение из таблиц А. В. Рождественского.

Fig. 4. Graphs of the dependence of the standard error of the coefficient of variation on the coefficient of variation and the length of the series at different values of C_s/C_v.

Форм. — calculation according to formula (2) with a variable value of parameter *a*;
Табл. — the value from the tables of A. V. Rozhdestvensky.

При наличии в рядах автокорреляции в формулу (2) допустимо вводить поправку, рекомендуемую в [1, 2]. В этом случае расчетное значение стандартной ошибки коэффициента вариации умножается на δ (где r — коэффициент автокорреляции):

$$\delta = 1 + \frac{3C_v r^2}{1+r}. \qquad (10)$$

Было также установлено, что при $0{,}5 \le C_s/C_v \le 3$ удовлетворительные результаты дает формула Е. Г. Блохинова (6). При $C_s/C_v > 3{,}5$ все формулы с постоянными коэффициентами дают существенное занижение стандартной ошибки коэффициента вариации.

Испытание методики было проведено на примере рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ. Для расчетов использовались только однородные и стационарные ряды. Всего было проанализировано 27 рядов продолжительностью от 53 до 81 года. Для каждого ряда рассчитывалась стандартные ошибки выборочного коэффициента вариации по разработанной методике и по формуле (6). При использовании параметров из табл. 1 эмпирическое значение C_s/C_v округлялось (с точностью до 0,5).

Оба метода показали близкие результаты: максимальное расхождение расчетных ошибок (Δ %) составило 1,2 %, а среднее — менее 1 % (табл. 2). Такое небольшое различие в расчетных значениях ошибок связано с тем, что отношение C_s/C_v для большинства исследуемых рядов находилось в диапазоне от 1 до 3, а коэффициенты вариации изменялись от 0,25 до 0,51. В этом случае, как отмечалось ранее, формула (6) дает удовлетворительные результаты и может использоваться для практических расчетов. Для рядов с высокой асимметрией ($C_s/C_v > 3{,}0$) можно рекомендовать предложенную методику или таблицы А. В. Рождественского [3].

Таблица 2

Результаты расчета относительных среднеквадратических ошибок коэффициентов вариации с использованием разработанной методики (ε_1) и формулы Блохинова (ε_2) для рядов максимальных расходов весеннего половодья рек Северо-Запада РФ

The results of calculating the relative standard errors of the coefficients of variation using the developed methodology (ε_1) and the Blokhinov formula (ε_2) for the series of maximum expenditures of the spring flood of the rivers of the North-West of the Russian Federation

Река – створ	n	C_v	C_s/C_v	b	k	c	a	ε_{Cv}, %		$\lvert\Delta\rvert\% = \lvert\varepsilon_1 - \varepsilon_2\rvert$
								ε_1	ε_2	
Гороховка — п. Токарево	66	0,25	4	4,5	–4,41	0,028	3,76	9,7	8,9	0,73
Тигода — ст. Любань	70	0,44	2	0,8	–0,75	0,022	0,64	9,0	9,1	0,17
Тосна — ст. Тосна	70	0,38	1	0,6	0,57	0,020	0,74	8,9	9,0	0,08
Ящера — д. Долговка	63	0,43	1,5	0,5	0,23	0,021	0,56	9,4	9,6	0,23
Шелонь — г. Порхов	59	0,48	2	0,8	–0,75	0,022	0,60	9,8	10,1	0,24
Цна — с. Жилотково	53	0,36	1	0,6	0,57	0,020	0,80	10,2	10,2	0,02
Рагнукса — д. Харловская	59	0,32	3	2,0	–2,07	0,025	1,53	9,9	9,6	0,30
Пяльма — д. Пяльма	62	0,34	1	0,6	0,57	0,020	0,76	9,4	9,4	0,05

Окончание табл. 2

Река – створ	n	C_v	C_s/C_v	b	k	c	a	ε_{Cv}, %		$\|\Delta\|\% = \|\varepsilon_1 - \varepsilon_2\|$
								ε_1	ε_2	
Перехода — д. Подсосонье	69	0,51	1,5	0,5	0,23	0,021	0,55	9,1	9,4	0,31
Паша — с. Часовенское	80	0,31	1	0,6	0,57	0,020	0,72	8,2	8,2	0,06
Паша — д. Поречье	80	0,32	1	0,6	0,57	0,020	0,72	8,2	8,3	0,07
Паша — д. Дуброво	80	0,34	2	0,8	–0,75	0,022	0,67	8,2	8,3	0,10
Орлинка — уроч. Орлинка	61	0,43	1,5	0,5	0,23	0,021	0,56	9,5	9,7	0,22
Немина — пос. Немино	57	0,34	1,5	0,5	0,23	0,021	0,57	9,7	9,8	0,14
Мста — пос. Потерпелицы	63	0,35	3	2,0	–2,07	0,025	1,57	9,7	9,4	0,36
Мста — д. Девкино	81	0,29	2	0,8	–0,75	0,022	0,67	8,1	8,1	0,07
Мерега — д. Куйтежа	66	0,33	4	4,5	–4,41	0,028	3,76	10,3	9,1	1,23
Мга — д. Горы	78	0,4	2	0,8	–0,75	0,022	0,67	8,4	8,6	0,13
Луга — г. Кингисепп	71	0,33	1	0,6	0,57	0,020	0,74	8,7	8,8	0,06
Дымка — д. Домачево	66	0,34	2	0,8	–0,75	0,022	0,62	9,0	9,1	0,12
Воложба — д. Пареево	63	0,32	1	0,6	0,57	0,020	0,76	9,2	9,3	0,04
Воложба — д. Воложба	79	0,37	2	0,8	–0,75	0,022	0,67	8,3	8,4	0,11
Видлица — с. Большие горы	79	0,44	2	0,8	–0,75	0,022	0,67	8,5	8,6	0,15
Великая — г. Опочка	65	0,39	3	2,0	–2,07	0,025	1,59	9,8	9,3	0,45
Б. Тудер — д. Бабяхтино	69	0,4	2	0,8	–0,75	0,022	0,64	8,9	9,1	0,15
Пола — д. Налючи	65	0,26	1	0,6	0,57	0,020	0,76	9,0	9,0	0,03
Оять — д. Шангиничи	72	0,31	1,5	0,5	0,23	0,021	0,55	8,6	8,7	0,13
max	81	0,51	4							1,2
min	53	0,25	1							0,02
Среднее	68	0,36	1,87							0,21

Исследование стандартных ошибок коэффициента асимметрии

Для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии предложена приближенная формула:

$$\sigma_{Cs} = \sigma_0 + \Delta\sigma_{Cs}, \tag{11}$$

где σ_0 — стандартная ошибка C_s для нормального распределения, т. е. при $C_s = 0$; $\Delta\sigma_{Cs}$ — приращение стандартной ошибки коэффициента асимметрии при увеличении асимметрии ряда.

Стандартная ошибка коэффициента асимметрии для нормального распределения рассчитывается по формуле [12]:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n+1)(n-2)(n+3)}} \approx \sqrt{\frac{6}{n}}. \tag{12}$$

Приращение стандартной ошибки коэффициента асимметрии определялось обратным путем из формулы (11):

$$\Delta\sigma_{Cs} = \sigma_{Cs} - \sigma_0. \tag{13}$$

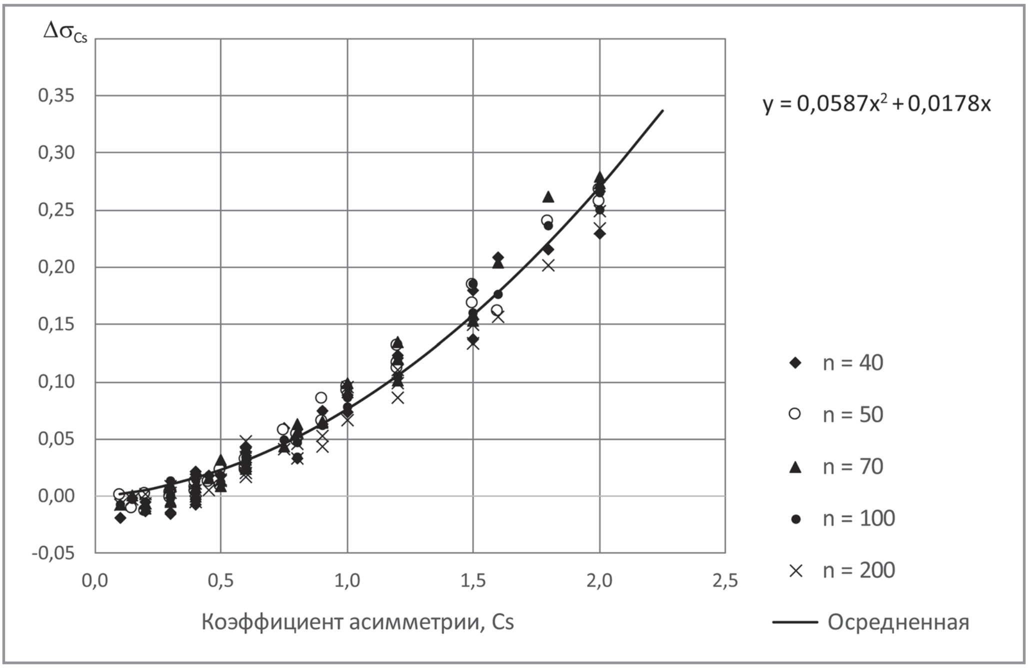

Рис. 5. Зависимость приращения стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента асимметрии и длины ряда при $C_v \le 0{,}6$ и $0 \le C_s \le 2$.

Fig. 5. Dependence of the increment of the standard error of the asymmetry coefficient on the asymmetry coefficient and the length of the series at $C_v \le 0{,}6$ and $0 \le C_s \le 2$.

По результатам моделирования было установлено, что при $C_v \le 0{,}6$; $0 \le C_s \le 2$ и длине выборок от 40 до 200 поправка $\Delta\sigma_{Cs}$ слабо зависит от коэффициента вариации и длины выборки, а зависит, главным образом, от коэффициента асимметрии, поэтому была построена осредненная зависимость $\Delta\sigma_{Cs} = f(C_s)$ (рис. 5). Зависимость была аппроксимирована полиномом второй степени с нулевым свободным членом:

$$\Delta\sigma_{Cs} = 0{,}0587C_s^2 + 0{,}0178\left|C_s\right|. \tag{14}$$

Следует отметить, что при больших значениях C_v и C_s выборочное значение C_s имеет существенную отрицательную смещенность и точность модельных оценок стандартной ошибки C_s снижается, поэтому при построении зависимости $\Delta\sigma_{Cs} = f(C_s)$ было введено ограничение на параметры.

С учетом формул (12) и (14) формула (11) принимает вид:

$$\sigma_{Cs} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n+1)(n-2)(n+3)}} + 0{,}0587C_s^2 + 0{,}0178\left|C_s\right|. \tag{15}$$

При длине ряда более 40 лет можно использовать упрощенный вариант формулы:

$$\sigma_{Cs} = \sqrt{\frac{6}{n}} + 0{,}0587C_s^2 + 0{,}0178\left|C_s\right|. \tag{16}$$

Следовательно, относительную ошибку C_s при $C_s > 0$ можно определить по формуле:

$$\varepsilon_{Cs} = \frac{100}{C_s}\left(\sqrt{\frac{6}{n}} + 0{,}0587C_s^2 + 0{,}0178\left|C_s\right|\right)\%. \tag{17}$$

Для проверки формулы (16) строились зависимости стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента асимметрии при различных значениях C_s/C_v и различной длине выборок. На график наносились значения σ_{Cs}, полученные по результатам моделирования, рассчитанные по формуле (16), полученные из таблиц Рождественского и рассчитанные по формуле Крицкого—Менкеля [16]:

$$\sigma_{Cs} = \sqrt{\left(6/n\right)\left(1 + 6C_v^2 + 5C_v^4\right)}. \tag{18}$$

Для удобства сравнения формула (18) была преобразована к виду:

$$\sigma_{Cs} = \sqrt{\left(6/n\right)\left(1 + 6\left(C_s/\psi\right)^2 + 5\left(C_s/\psi\right)^4\right)}, \tag{19}$$

где $\psi = C_s/C_v$.

При использовании данных из таблиц А. В. Рождественского применялось преобразование $C_s = \psi\ C_v$. В качестве примера на рис. 6 показаны зависимости $\Delta\sigma_{Cs} = f(C_s)$ для $C_s/C_v = 2$ и $C_s/C_v = 4$ при $n = 50$ и $n = 100$.

Как видно из графиков, формула (16) удовлетворительно описывает модельные точки и дает значения близкие к приведенным в таблицах А. В. Рождественского.

Формула (18) была разработана для двухпараметрического гамма-распределения, у которого $C_s/C_v = 2$. Однако, как показал анализ, формула соответствует этому положению только при большой длине рядов ($n = 500$). При длине ряда $n = 200$ формула дает решение, которое соответствует соотношению $C_s/C_v = 3$, а при длине ряда $n = 50$ формула дает решение, которое соответствует соотношению $C_s/C_v = 4$.

Выводы

В результате проведенных исследований получен двухэтапный алгоритм для оценки стандартной ошибки выборочного коэффициента вариации.

На первом этапе с использованием формулы (9) и таблицы 1 определяется параметр a. На втором этапе по формуле (2) рассчитывается стандартная ошибка коэффициента вариации. Представленный алгоритм можно рекомендовать для выборок любой продолжительности при C_s/C_v от 0 до 6.

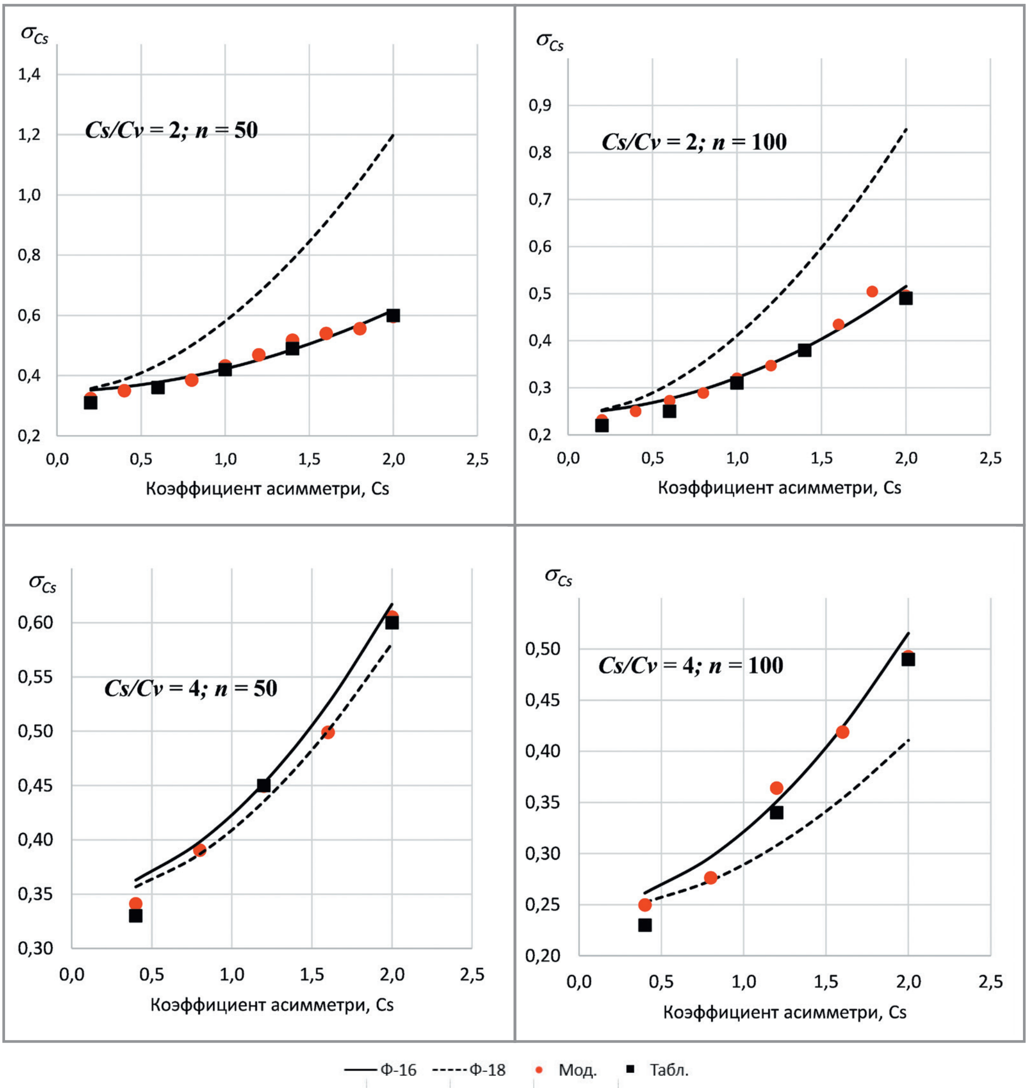

Рис. 6. Зависимость стандартной ошибки коэффициента асимметрии от коэффициента асимметрии для $C_s/C_v = 2$ и $C_s/C_v = 4$ при $n = 50$ и $n = 100$.

Ф-16 — расчет по формуле (16); Ф-18 — расчет по формуле (18); Мод. — модельные данные; Табл. — значения из таблиц А. В. Рождественского.

Fig. 6. Dependence of the standard error of the asymmetry coefficient on the asymmetry coefficient for $C_s/C_v = 2$ and $C_s/C_v = 4$ at $n = 50$ and $n = 100$.

Ф-16 — calculation by formula (16); Ф-18 — calculation by formula (18); Мод. — model data; Табл. — values from the tables of A. V. Rozhdestvensky.

Установлено, что при $0{,}5 \le C_s/C_v \le 3$ удовлетворительные результаты дает формула Блохинова (6).

Для расчета стандартной ошибки коэффициента асимметрии можно рекомендовать приближенные формулы (15) и (16).

Список литературы

1. Свод правил СП 529.1325800.2023. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. // Минстрой России: офиц. сайт. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.minstroyrf.gov.ru/docs/323116/ (дата обращения 19.06.2024).
2. Методические рекомендации по определению расчётных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений. Нижний Новгород: Вектор-ТиС, 2007. 134 с.
3. Рождественский А. В. Оценка точности кривых распределения гидрологических характеристик. Л.: Гидрометеоиздат, 1977. 269 с.
4. Соболь И. М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968. 64 с.
5. Орлов А. И. Метод статистических испытаний в прикладной статистике // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019. Т. 85, № 5. С. 67—79. doi: 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79.
6. Кузикова Д. С. Метод Монте-Карло в экономических исследованиях // Тенденции развития науки и образования. 2018. № 34—3. С. 41—45. doi: 10.18411/lj-31-01-2018-42.
7. Самарин О. Д. Вероятностно-статистическое моделирование годового хода температуры наружного воздуха и ее значений в теплый период // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13, № 3(114). С. 378—384. doi: 10.22227/1997-0935.2018.3.378-384.
8. Спирин Ю. А. Моделирование рядов среднегодовых расходов воды рек Разлив и Промысловая // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: География. Геоэкология. 2021. № 2. С. 30—37. doi: 10.17308/geo.2021.2/3444.
9. Фролов А. В., Выручалкина Т. Ю., Соломонова И. В. Моделирование негауссова векторного процесса в приложении к гидрологии // Водные ресурсы. 2014. Т. 41, № 6. С. 559. doi: 10.7868/S032105961406008X.
10. Сикан А. В. Вероятностные распределения в гидрологии. Специальные главы теории и практики гидрологических расчетов: учебник. СПб.: РГГМУ, 2020. 286 с.
11. Болгов М. В. Стохастическая гидрология: развитие основных идей в России // Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле. 2021. Т. 66, № 1. С. 19—40. doi: 10.21638/spbu07.2021.102.
12. Виссмен У. мл., Харбаф Т. И., Кнэпп Д. У. Введение в гидрологию. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. 470 с.
13. Salas J. D., Arabi M., Green T. R. et al. Introduction to hydrology // Modern Water Resources Engineering, 2014. P. 1—126. doi: 10.1007/978-1-62703-595-8_1.
14. Агамиров Л. В., Агамиров Л. В., Агамиров В. Л., Вестяк В. А. Исследование распределения коэффициента вариации в задачах статистического анализа испытаний // Программные продукты и системы. 2018. № 1. С. 166—171. doi: 10.15827/0236-235X.121.166-171.
15. Болгов М. В., Филиппова И. А., Лобанова А. Г. Оценка погрешностей расчетных значений гидрологических характеристик при нарушении однородности рядов наблюдений // Метеорология и гидрология. 2023. № 6. С. 57—63. doi: 10.52002/0130-2906-2023-6-57-62.
16. Крицкий С. Н., Менкель М. Ф. Гидрологические основы управления речным стоком. М.: Наука, 1981. 270 с.
17. Рождественский А. В., Чеботарев А. И. Статистические методы в гидрологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1974. 424 с.
18. Блохинов Е. Г. Распределение вероятностей величин речного стока. М.: Наука, 1974. 169 с.

References

1. *Svod pravil SP 529.1325800.2023. Opredeleniye osnovnykh raschetnykh gidrologicheskikh kharakteristik = Code of Practice SP 529.1325800.2023. Definition of the Main Calculated Hydrological*

Characteristics // Ministry of Construction of Russia: official website. Available at: https://www.minstroyrf.gov.ru/docs/323116/ (accessed on: 06/19/2024). (In Russ.).

2. *Metodicheskiye rekomendatsii po opredeleniyu raschetnykh gidrologicheskikh kharakteristik pri nalichii dannykh gidrometricheskikh nablyudeniy = Methodological recommendations for determining the calculated hydrological characteristics in the presence of hydrometric observation data*. Nizhny Novgorod: Vector-TiS, 2007; 134 p. (In Russ.).
3. Rozhdestvensky A. V. *Otsenka tochnosti krivykh raspredeleniya gidrologicheskikh kharakteristik = Assessment of the accuracy of distribution curves of hydrological characteristics*. L.: Gidrometeoizdat, 1977; 269 p. (In Russ.).
4. Sobol I. M. *Metod Monte-Karlo = Monte Carlo Method*. M.: Nauka, 1968; 64 p. (In Russ.).
5. Orlov A. I. Method of statistical tests in applied statistics. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov = Factory laboratory. Diagnostics of materials*. 2019; 85(5): (67—79). doi: 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79. (In Russ.).
6. Kuzikova D. S. Monte Carlo method in economic research. *Tendentsii razvitiya nauki i obrazovaniya = Trends in the development of science and education*. 2018; (34-3): (41—45). doi: 10.18411/lj-31-01-2018-42. (In Russ.).
7. Samarin O. D. Probabilistic and statistical modeling of the annual course of the outdoor air temperature and its values during the warm period. *Vestnik MGSU = Bulletin of MGSU*. 2018; 13(3): (378—384). doi: 10.22227/1997-0935.2018.3.378-384. (In Russ.).
8. Spirin Yu. A. Modeling series of average annual water discharges of the Razliv and Promyslovaya rivers. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Geografiya. Geoekologiya = Bulletin of the Voronezh State University. Series: Geography. Geoecology*. 2021; (2): (30—37). doi: 10.17308/geo.2021.2/3444. (In Russ.).
9. Frolov A. V., Vyruchalkina T. Yu., Solomonova I. V. Modeling a non-Gaussian vector process in application to hydrology. *Vodnyye Resursy = Water resources*. 2014; 41(6): (559). doi: 10.7868/S032105961406008X. (In Russ.).
10. Sikan A. V. *Raspredeleniya veroyatnostey v gidrologii. Spetsial'nyye glavy teorii i praktiki gidrologicheskikh raschetov: Uchebnik = Probability distributions in hydrology. Special chapters of the theory and practice of hydrological calculations: textbook*. SPb: RSHU, 2020; 286 p.
11. Bolgov M. V. Stochastic hydrology: development of basic ideas in Russia. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Nauki o Zemle = Bulletin of St. Petersburg University. Earth Sciences*. 2021; 66(1): (19—40). doi: 10.21638/spbu07.2021.102. (In Russ.).
12. Vissman W. Jr., Harbaf T. I., Knapp D. W. *Vvedeniye v gidrologiyu = Introduction to hydrology*. L.: Gidrometeoizdat, 1979. 470 p. (In Russ.).
13. Salas J. D., Arabi M., Green T. R. et al. Introduction to hydrology. Modern Water Resources Engineering. 2014: 1—126. doi: 10.1007/978-1-62703-595-8_1.
14. Agamirov L. V., Agamirov L. V., Agamirov V. L., Vestyak V. A. Study of the distribution of the variation coefficient in problems of statistical analysis of tests. *Programmnyye produkty i sistemy = Software products and systems*. 2018; (1): (166—171). doi: 10.15827/0236-235X.121.166-171. (In Russ.).

1) Bolgov M. V., Filippova I. A., Lobanova A. G. Estimation of errors in the calculated values of hydrological characteristics when the homogeneity of observation series is violated. *Meteorologiya i gidrologiya = Meteorology and hydrology.* 2023; (6): (57—63). doi: 10.52002/0130-2906-2023-6-57-62. (In Russ.).

15. Kritsky S. N., Menkel M. F. *Gidrologicheskiye printsipy upravleniya rechnym stokom = Hydrological foundations of river runoff management*. Moscow: Nauka, 1981; 270 p. (In Russ.).
16. Rozhdestvensky A. V., Chebotarev A. I. *Statisticheskiye metody v gidrologii = Statistical methods in hydrology*. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1974; 424 p. (In Russ.).
17. Blokhinov E. G. *Veroyatnostnoye raspredeleniye znacheniy rechnogo stoka = Probability distribution of river runoff values*. Moscow: Nauka, 1974; 169 p. (In Russ.).

Сведения об авторах

Сикан Александр Владимирович, кандидат географических наук, доцент, доцент кафедры инженерной гидрологии Российского государственного гидрометеорологического университета, sikan07@yandex.ru.

Щеглов Денис Александрович, отдел русловых процессов ФГБУ «Государственный гидрологический институт», младший научный сотрудник, obyvanky45@gmail.com.

Information about authors

Sikan Alexander Vladimirovich, candidate of geographical sciences, associate professor, Associate Professor, Department of Engineering Hydrology, Russian State Hydrometeorological University.

Shcheglov Denis Alexandrovich, Department of Riverbed Processes Federal State Budgetary Institution State Hydrological Institute, Junior Researcher.

Конфликт интересов: конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила 15.07.2024
Принята после доработки в печать 24.11.2024

The article was received on 15.07.2024
The article was accepted after revision on 24.11.2024