

Гидрометеорология и экология. 2025. № 78. С. 20—41.  
Hydrometeorology and Ecology. 2025;(78):20—41.

Научная статья  
УДК 551.501.8:[551.593+535.3]:004.9  
doi: 10.33933/2713-3001-2025-78-20-41

## **Построение траектории распространения СВЧ-излучения в неоднородной атмосфере**

*Владимир Юрьевич Жуков, Анатолий Дмитриевич Кузнецов,  
Виктория Сергеевна Никитина, Ольга Станиславовна Сероухова,  
Татьяна Евгеньевна Симакина*

Российский государственный гидрометеорологический университет, г. Санкт-Петербург,  
Россия, kuznetsov1946@inbox.ru

*Аннотация.* В статье рассмотрены методика расчета вертикального профиля коэффициента преломления и его градиента, методики построения траектории распространения электромагнитного излучения в оптически неоднородной атмосфере с применением трех математических моделей, базирующихся на использовании закона распространения СВЧ-излучения в сферической оптически неоднородной атмосфере, на методах эффективного радиуса Земли и приведенного коэффициента преломления. Приведен алгоритм аппроксимации вертикальных профилей индекса коэффициента преломления. Произведена оценка временной изменчивости вертикального профиля индекса коэффициента преломления и повторяемости типов рефракции в тропосфере.

*Ключевые слова:* радиометеорология, рефракция, аппроксимация, метеорологические радиолокаторы.

*Для цитирования:* Жуков В. Ю., Кузнецов А. Д., Никитина В. С., Сероухова О. С., Симакина Т. Е. Построение траектории распространения СВЧ-излучения в неоднородной атмосфере // Гидрометеорология и экология. 2025. № 78. С. 20—41. doi: 10.33933/2713-3001-2025-78-20-41.

Original article

## **Construction of the trajectory of microwave radiation propagation in an inhomogeneous atmosphere**

*Vladimir Yu. Zhukov, Anatoly D. Kuznetsov, Victoria S. Nikitina,  
Olga S. Seroukhova, Tatyana E. Simakina*

Russian State Hydrometeorological University, St. Petersburg

*Summary.* The article discusses the calculation method of the vertical profile of the refractive index and its gradient, which determine the features of microwave radiation propagation in the troposphere. The methods for constructing the trajectory of electromagnetic radiation propagation in an optically inhomogeneous atmosphere and the approximation scheme for vertical profiles of the refractive index are investigated. The temporal variability of the vertical profile of the refractive index and the repeatability of refraction types in the troposphere are estimated based on the use of upper-air sounding data of the atmosphere at the

---

© Жуков В. Ю., Кузнецов А. Д., Никитина В. С., Сероухова О. С., Симакина Т. Е., 2025

Voeikovo station (St. Petersburg) for the period of 2019 (more than 700 soundings). It is shown that it is the variations in the vertical humidity profile that have the greatest impact on the type of refraction.

The article studies the method of constructing the trajectory of microwave radio wave propagation from meteorological radar stations in an inhomogeneous atmosphere using three mathematical models based on the law of microwave radiation propagation in a spherical optically inhomogeneous atmosphere, on the methods of the effective radius of the Earth and the reduced refractive index. Algorithms for their application to construct the trajectory of microwave radiation propagation in the troposphere are given.

*Key words:* radio meteorology, refraction, approximation, meteorological radars.

*For citation:* Zhukov V. Yu., Kuznetsov A. D., Nikitina V. S., Seroukhova O. S., Simakina T. E. Construction of the trajectory of microwave radiation propagation in an inhomogeneous atmosphere. *Gidrometeorologiya i Ekologiya = Journal of Hydrometeorology and Ecology*. 2025;(78):(20—41). doi: 10.33933/2713-3001-2025-78-20-41. (In Russ.).

## Введение

Неоднородность и пространственно-временная изменчивость структуры атмосферы ограничивают возможности и точность радиотехнических систем дистанционного зондирования. Это в полном объеме относится и к системам радиометеорологического дистанционного зондирования. Среди факторов, влияющих на точность пространственной идентификации положения объектов при использовании метеорологических радиолокаторов, прежде всего, следует отметить такое явление как атмосферная рефракция.

Для повышения эффективности работы метеорологических радиолокационных станций СВЧ-диапазона и, в том числе, доплеровских метеорологических радиолокаторов (ДМРЛ) [1, 2], необходимо разработка методов (математических моделей) расчета фактического искривления траектории распространения радиолокационного импульса для повышения точности идентификации положения (координат) облачных образований. Такие модели призваны учесть характеристики рефракции над местом установки локатора на основе учета особенностей вертикальной стратификации атмосферы. Только в этом случае интерпретация метеорологической информации, полученной в процессе дистанционного радиолокационного зондирования, будет адекватно «привязана» к пространственным координатам объекта [3—6]. Параметры траектории, прежде всего, будут определяться вертикальным распределением градиента коэффициента преломления электромагнитного излучения в неоднородной атмосфере [7, 8].

Целью данной статьи является рассмотрение методики расчета вертикальных профилей индекса коэффициента преломления и его градиента, оценка их временной изменчивости и повторяемости типов рефракции в тропосфере. Для решения поставленных задач использовались данные аэрологического зондирования атмосферы на станции Воейково (Санкт-Петербург) за период 2019 г. (более чем 700 зондирований).

### 1. Траектория распространения радиолокационного импульса в атмосфере

Траектория распространения СВЧ-излучения зависит от фактического распределения с высотой градиента коэффициента преломления  $dn(z)/dz$ . В зависимости от среднего значения градиента коэффициента преломления в тропосфере

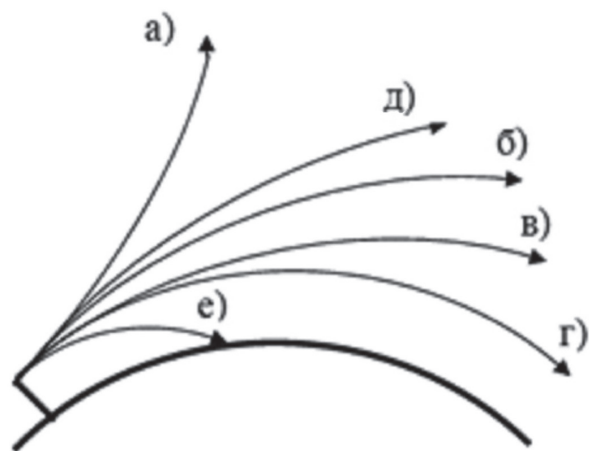


Рис. 1. Геометрия распространения электромагнитного излучения при различных видах рефракции в тропосфере.

Fig. 1. Geometry of electromagnetic radiation propagation with different types of refraction in the troposphere.

на рис. 1 схематически показаны наблюдаемые виды рефракции (здесь луч первоначально посылается при угле возвышения антенны, равном 0°) [8].

В табл. 1 дана расшифровка кода типа рефракции (рис. 1), соответствующее этому коду среднее значение градиента коэффициента преломления и названия типов рефракции.

Таблица 1

Значения буквенного кода и характеристика рефракции при различных значениях среднего градиента коэффициента преломления в тропосфере

Values of the letter code and the refraction characteristic at different values of the average gradient of the refractive index in the troposphere

Код типа рефракции	Градиент коэффициента преломления $[dn/dz] = \text{м}^{-1}$	Название рефракции
а	$dn/dz > 0$	Отрицательная
д	$-4 \times 10^{-8} < dn/dz < 0$	Пониженная
б	$dn/dz = -4 \times 10^{-8}$	Нормальная
в	$-15,7 \times 10^{-8} < dn/dz < -4 \times 10^{-8}$	Повышенная
г	$dn/dz = -15,7 \times 10^{-8}$	Критическая
е	$dn/dz < -15,7 \times 10^{-8}$	Сверхрефракция

## 2. Расчет вертикального профиля коэффициента преломления и его градиента

Траектория распространения луча зависит от вертикального профиля градиента коэффициента преломления, который, в свою очередь, может быть определен

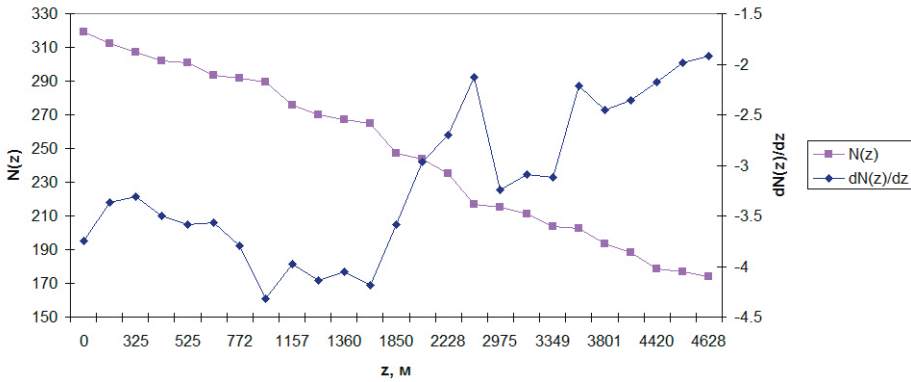


Рис. 2. Пример совместного представления вертикальных профилей индекса коэффициента преломления и его градиента.

Fig. 2. Example of joint representation of vertical profiles of refractive index and refractive index gradient.

только при известном вертикальном профиле коэффициента преломления  $n(z)$  [1, 8 — 13], поэтому сначала рассмотрим методику расчета вертикального профиля  $n(z)$ .

Коэффициент преломления  $n(z)$  в тропосфере определяется с помощью полуэмпирической формулы: [1, 12]

$$n(z) = 1 + \left[ \frac{78.5}{T(z)} \left( p(z) + \frac{4800 e(z)}{T(z)} \right) \right] 10^{-6} = 1 + N(z) \cdot 10^{-6}, \quad (1)$$

где  $z$  — высота,  $p$  — атмосферное давление [гПа];  $T$  — температура [°C];  $e$  — парциальное давление водяного пара [гПа];  $N$  — индекс коэффициента преломления.

При практическом использовании соотношения (1) для расчета вертикального профиля коэффициента преломления необходима информация о высотных профилях указанных выше метеорологических величин, полученная с помощью аэрологического зондирования атмосферы. При проведении расчетов использовались как непосредственно данные, получаемые на аэрологических станциях [14], так и вертикальные профили, задаваемые на регулярной вертикальной сетке с помощью сплайн-интерполяции [15].

На рис. 2 приведен пример вертикальных профилей индекса коэффициента преломления  $N(z)$  и градиента индекса коэффициента преломления  $dN(z)/dz$ , рассчитанных по данным аэрологического зондирования атмосферы.

### 3. Оценка временной изменчивости вертикального профиля индекса коэффициента преломления и повторяемости типов рефракции в тропосфере

В реальной атмосфере вследствие изменений температуры, давления и влажности происходят сложные пространственно-временные изменения коэффициента

преломления [2, 4, 16, 17]. Рассмотрим производные уравнения (1), отражающие чувствительность индекса коэффициента преломления (ИКП) к изменению температуры, влажности и давления:

$$\frac{dN}{dT} = -\left[ \frac{78,5p}{T^2} + \frac{2 \cdot 4800e}{T^3} \right], \quad \frac{dN}{de} = \frac{78,5 \cdot 4800}{T^2}, \quad \frac{dN}{dp} = \frac{78,5}{T}. \quad (2)$$

Количественные значения скорости изменения ИКП при подстановке характерных реальных значений температуры, влажности и давления представлены в виде диаграммы на рис. 3. Здесь приведены данные по «скорости» изменения ИКП на трех высотах в атмосфере: 0, 3 и 6 км. Цветными прямоугольниками показаны факторы влияния изменчивости температуры, давления и парциального давления водяного пара на индекс коэффициента преломления.

Зеленый прямоугольник отражает скорость изменения ИКП при изменении только влажности, тогда как температура и давление имеют значения, типичные для данной высоты. Цифры в прямоугольниках показывают насколько *N*-единиц изменится ИКП при изменении парциального давления на 1 гПа.

Красный и синий прямоугольники отражают влияние давления и температуры на «скорость» изменения коэффициента преломления. Понижение температуры с высотой вызывает небольшое уменьшение индекса преломления от 1 *N*-ед. на уровне моря до 0,7 *N*-ед. Изменение индекса преломления за счет падения давления наименьшее, и с высотой оно практически не меняется, составляя значение около 0,3 *N*-ед.

Из анализа рис. 3 следует, что наибольшее влияние на изменение величины ИКП оказывают вариации парциального давления водяного пара, причем это влияние несущественно увеличивается с высотой.

Высотное распределение метеорологических величин в тропосфере отличается большой изменчивостью. Следовательно, профиль градиента коэффициента преломления также будет испытывать резкие колебания. Это хорошо заметно при анализе высотного хода профилей, представленных на рис. 4. Графики построены

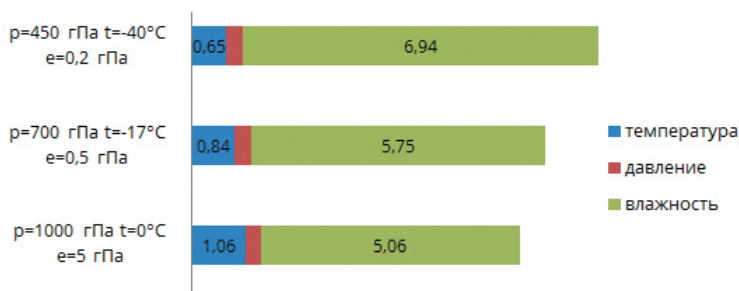


Рис. 3. Диаграмма распределения характерных значений  $dN/dT$ ,  $dN/de$  и  $dN/dp$  для трех высот: 0, 3 и 6 км.

Fig. 3 Distribution diagram of characteristic values of  $dN/dT$ ,  $dN/de$  and  $dN/dp$  for three altitudes: 0, 3 and 6 km.

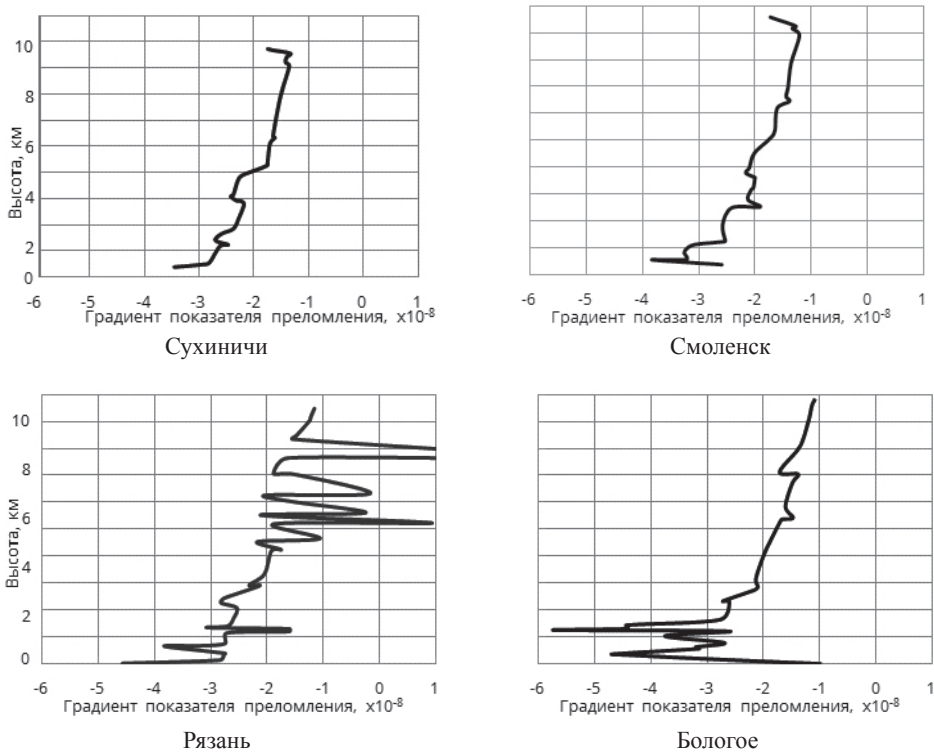


Рис. 4. Примеры вертикальных профилей градиента коэффициента преломления для 4-х станций аэрологического зондирования атмосферы.

Fig. 4 Examples of vertical profiles of the refractive index gradient for 4 aero logical atmospheric sounding stations.

по данным аэрологического зондирования на станциях Сухиничи, Смоленск, Рязань и Бологое [14].

Как видно из анализа кривых на рис. 4, среднее значение градиента коэффициента преломления во всей тропосфере не отражает всего многообразия вертикального распределения видов профилей градиента коэффициента преломления в этой области атмосферы. Для анализа повторяемости вертикального распределения видов рефракции в данной работе использовались результаты аэрологического зондирования на станции Воейково (Санкт-Петербург) за период 2019 г. (более чем 700 зондирований) [14].

Для определения типа рефракции использовались профили градиента индекса коэффициента преломления  $N(z): dN/dz$ , где  $z$  — высота. Расчет этих профилей проводился на основе данных аэрологического зондирования атмосферы за 2019 г. (два зондирования в сутки), выполненного на станции Воейково (индекс *ULLI*), расположенной в Ленинградской области вблизи Санкт-Петербурга.

Таблица 2

Повторяемость различных видов тропосферной рефракции  
Recurrence of different types of tropospheric refraction

Вид рефракции	Повторяемость за год, %	Повторяемость за теплый период, %
Отрицательная	2,4	3,6
Пониженная	95,8	78
Нормальная	0,02	0,5
Повышенная	1,3	17,3
Сверхрефракция	0,4	0,6

Как видно из результатов анализа, в тропосфере в рассмотренном регионе градиенты, близкие к нормальной рефракции, наблюдаются редко: менее 0,02 % за весь год и 0,5 % в летний период. Градиенты подвержены сезонным изменениям. Так, например, пониженная рефракция хотя и преобладает, но ее повторяемость летом снижается с 95,8 % до 78 %. В летний период резко увеличивается количество слоев с повышенной рефракцией (с большей выпуклостью луча относительно нормальной рефракции) с 1,3 % до 17,3 %.

Для более детального анализа вертикальной структуры профиля рефракции для каждого зондирования просматривался весь профиль градиента коэффициента преломления и определялось число случаев наличия того или иного вида рефракции вне зависимости от высоты, на которой такой тип рефракции был обнаружен. Таким образом, во время одного зондирования может наблюдаться большое количество разных видов рефракции на разных высотах. Так, например, по результатам проведенного анализа количество наличия случаев нормальной рефракции на разных высотах составило менее 0,02 %. Распределение остальных случаев показано в табл. 3.

Таблица 3

Распределение градиента коэффициента преломления на высотах до 6 км по видам рефракции в Санкт-Петербурге

Distribution of the gradient of the refractive index at altitudes up to 6 km by types of refraction in St. Petersburg

Вид рефракции	Градиент, 1/м	Количество случаев	Частота случаев, %
Отрицательная	$> 0$	909	2,4
Положительная пониженная	$< 0$ и $> -4 \times 10^{-8}$	37019	95,8
Нормальная	$-4 \times 10^{-8}$	7	0,02
Положительная повышенная	$< -4 \times 10^{-8}$ и $> -15,7 \times 10^{-8}$	510	1,3
Критическая	$-15,7 \times 10^{-8}$	0	0
Сверхрефракция	$< -15,7 \times 10^{-8}$	140	0,4

Подавляющее большинство случаев, около 95 %, соответствует положительной пониженной рефракции. Около 1,3 % значений градиента коэффициента

преломления соответствуют наличию в вертикальных профилях слоев с положительной повышенной рефракцией, и только в 0,4 % случаев наблюдается наличие слоев со сверхрефракцией. В 2,4 % случаев было выявлено наличие слоев в атмосфере с отрицательной рефракцией.

Конечно, при рассмотрении тонкой структуры профиля градиента коэффициента преломления нужно учесть изменение вертикального сечения зондирующего импульса по мере его удаления от РЛС (для ДМРЛ уже на расстоянии 50 км такое сечение составляет около 1 км). Это приводит к «естественному» сглаживанию вертикального профиля градиента коэффициента преломления. Такое сглаживание с переменным размером по вертикали уменьшит флуктуации профиля и снизит их влияние на траекторию луча.

#### 4. Аппроксимации вертикальных профилей индекса коэффициента преломления в атмосфере

Радиоклиматический режим тропосферы над определенной территорией влияет на точность расчета наклонной дальности до объекта в программном обеспечении радиолокационных систем. В связи с этим радиометеорологическое моделирование тропосферы в зоне обзора метеорологических радиолокаторов является одной из важных задач повышения эффективности и достоверности зондирования облачности и обнаружения опасных атмосферных явлений. Моделирование подразумевает аппроксимацию вертикального профиля коэффициента преломления, на основе которого может быть учтена рефракция в тропосфере.

При отсутствии информации о высотных профилях метеорологических величин для задания вертикального профиля коэффициента преломления используется стандартная радиоатмосфера, в которой наблюдается нормальная рефракция и коэффициент преломления изменяется с высотой по линейному закону, а его вертикальный градиент ( $dn/dz$ ) оказывается равным  $-4 \times 10^{-8} \text{ м}^{-1}$  во всей тропосфере [7].

При отличии вертикального распределения профилей метеорологических величин от стандартной радиоатмосферы закон изменения индекса коэффициента преломления с высотой может существенно отличаться от нормальной рефракции. В этом случае фактический профиль индекса коэффициента преломления можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью [7, 12]:

$$N(z) = N_0 e^{-\alpha z}. \quad (3)$$

При такой аппроксимации фактическая величина индекса коэффициента преломления  $N_0$  может быть рассчитана по данным измерения значений  $p_0$ ,  $T_0$  и  $e_0$ , выполненным в месте расположения локатора (см. формулу (1)). Следовательно, численное значение  $N_0$  можно считать известным. Тогда для аппроксимации вертикального профиля необходимо задать оптимальное значение коэффициента  $\alpha$  с учетом его возможных пространственно-временных вариаций.

Рассмотрим методику определения оптимального значения коэффициента  $\alpha$  в уравнении (3) для аппроксимации вертикальных профилей ИКП. Понятно, что



вследствие пространственно-временной изменчивости атмосферы оптимальное значение коэффициента  $\alpha$  будет различаться для разных сезонов и разных пунктов. Рассмотрим алгоритм определения оптимального значения коэффициента  $\alpha$  на примере двух пунктов размещения радиолокатора: в Санкт-Петербурге и Москве [16].

Методика определения оптимального значения коэффициента  $\alpha$  будет основана на использовании ансамблей профилей аэрологического зондирования атмосферы с их пространственной и сезонной дифференциацией. По ансамблю данных аэрологического зондирования (вертикальные профили температуры, давления и влажности) производился расчет ансамбля вертикальных профилей индекса коэффициента преломления  $N(z)$  [8, 12]:

$$N_v(z_j) = \left[ \frac{78,5}{T(z_j)} \left( p(z_j) + \frac{4800 e(z_j)}{T(z_j)} \right) \right] \quad v=1, 2, \dots, n; \quad j=1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

где  $v$  — число профилей метеорологических величин в ансамбле;  $m$  — число уровней, на которых заданы значения метеорологических величин.

Задавались максимальное значение коэффициента  $\alpha_{\max}$ , минимальное значение  $\alpha_{\min}$  и параметр  $k$  для определения шага изменения коэффициента  $\Delta\alpha$

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{k}, \quad (5)$$

по формуле:

$$\alpha_i = \alpha_{\min} + \Delta\alpha \times i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, k. \quad (6)$$

Затем многократно рассчитывалась аппроксимация вертикальных профилей  $N(z)$  со значениями коэффициентов  $\alpha_i$  (ансамбль аппроксимационных профилей):

$$\hat{N}_i(z_j) = N_0 e^{-\alpha_i z_j}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

После проведения расчетов со всеми  $(k+1)$  значениями коэффициентов  $\alpha_i$  производилось сравнение первого вертикального профиля  $N_1(z)$  согласно (4) с  $(k+1)$  значениями  $\hat{N}_i(z)$  (см. формулу (7)). Для этого рассчитывались  $(k+1)$  значений невязок между фактическим профилем  $N(z)$  и его аппроксимацией:

$$E_i = \sum_{j=1}^m \left[ N(z_j) - N_0 \times \exp(-\alpha_i z_j) \right]^2, \quad i = 0, 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Анализ невязок выполнялся по графику зависимости функции  $E_i$  в формуле (8) от аргумента  $i$  в диапазоне изменения коэффициента  $\alpha$  в диапазоне  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ . При таком сравнении возможны три случая:

- рост значений функции  $E_i$  на всем отрезке  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ ;
- убывание значений функции  $E_i$  без приближения к нулю;
- наличие выраженного одного или нескольких минимумов в значениях функции  $E_i$  на отрезке  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ .

В первом и втором случаях расчет повторялся с новым диапазоном коэффициентов  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ , сдвинутым вправо или влево в сторону ожидаемого минимума. Минимальное значение функции  $E_k$  можно уменьшить, если сузить диапазон изменения  $\alpha$  и (или) уменьшить шаг изменения аргумента  $\Delta\alpha$ , и, тем самым, повысить точность аппроксимации.

Понятно, что при этом подходе оптимальные значения  $\alpha_{\text{опт}}$  будут представлять собой ансамбль, состоящий из  $n$  значений (отдельно для каждого пункта и сезона), поэтому такой ансамбль усреднялся и оптимальное значение для каждого сезона и пункта определялось как:

$$\alpha_{\text{опт}}^{\text{ср}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \alpha_{\text{опт},j}. \quad (9)$$

В качестве примера рассмотрим результаты определения оптимальных значений коэффициента  $\alpha_{\text{опт}}$  для двух пунктов: Санкт-Петербург и Москва. Были использованы данные аэрологического зондирования для слоя 0—6000 м за 2019 г. Результаты аппроксимации профилей ИКП по сезонам и по времени суток представлены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты аппроксимации профилей индекса коэффициента преломления по сезонам в двух пунктах

Results of approximation of refractive index profiles by seasons at two points

Месяц	Срок	Санкт-Петербург			Москва		
		$N(z)$	СКО для $\alpha_{\text{опт}}$	СКО для $N_0$	$N(z)$	СКО для $\alpha_{\text{опт}}$	СКО для $N_0$
январь	день	$314 e^{-0,12z}$	0,004	2,1	$308 e^{-0,12z}$	0,003	1,7
	ночь	$314 e^{-0,13z}$	0,004	1,3	$308 e^{-0,12z}$	0,001	1,5
апрель	день	$301 e^{-0,11z}$	0,008	9,5	$303 e^{-0,12z}$	0,009	9,8
	ночь	$311 e^{-0,12z}$	0,006	6,5	$310 e^{-0,12z}$	0,009	5,0
июль	день	$325 e^{-0,14z}$	0,008	7,2	$312 e^{-0,13z}$	0,015	13,5
	ночь	$330 e^{-0,14z}$	0,006	5,3	$323 e^{-0,14z}$	0,010	6,5
октябрь	день	$316 e^{-0,13z}$	0,005	4,5	$317 e^{-0,13z}$	0,010	4,1
	ночь	$319 e^{-0,13z}$	0,005	4,3	$321 e^{-0,14z}$	0,009	5,5

Интервал изменения  $N_0$  на высоте станции (начальный уровень) заключается в диапазоне 301—325 N-ед, т.е. очень близок на двух станциях. Значение параметра  $\alpha_{\text{опт}}$  колеблется для различных сезонов в более широких пределах. Для Санкт-Петербурга этот диапазон составляет 0,11—0,16, что немногим больше, чем для Москвы (0,11—0,14). На рис. 5 представлен спектр распределения коэффициента для двух станций.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что рассмотренная методика дает возможность восстановить профиль ИКП в различных пунктах расположения радиолокатора по наземным данным о температуре, влажности и давлении в различные сезоны в отсутствие аэрологических данных после проведения соответствующего исследования для определения оптимальных значений коэффициента  $\alpha$  в формуле (3).

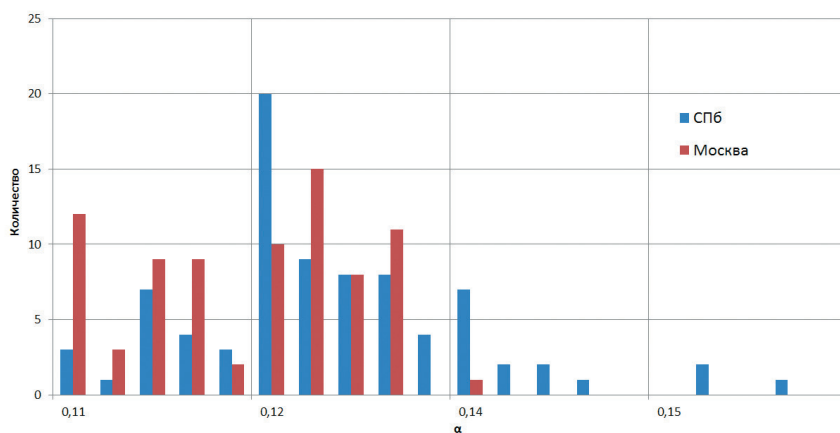


Рис. 5. Распределение значений параметра  $\alpha_{\text{опт}}$  на двух станциях.

Fig. 5. Distribution of parameter values  $\alpha_{\text{опт}}$  at two stations.

## 5. Построение математической модели траектории распространения электромагнитного импульса в неоднородной атмосфере

### 5.1. Расчет траектории распространения СВЧ-излучения в сферической атмосфере

Использовалась аналитическая модель распространения луча, означающая закон преломления для сферически слоистой среды и включающая в себя геометрию распространения луча (рис. 6) [4, 8].

На рис. 6 использованы следующие обозначения:  $\alpha$  — угол места антенны;  $\varphi$  — угол преломления радиолуча;  $\gamma$  — угол падения радиолуча;  $l$  — длина луча в каждом слое атмосферы;  $dR$  — добавка к радиусу Земли  $R$  (в данном случае составляет 100 м);  $n$  — значение коэффициента преломления в каждом слое;  $\beta$  — угол между радиус-вектором и направлением луча в каждом слое;  $B, C, D$  — точки перехода радиолуча между границами двух слоев атмосферы.

Траектория луча в сферически слоистой атмосфере, согласно закону преломления, определяется уравнением [1, 4, 8]:

$$n(r) \cdot r \cdot \sin \gamma(r) = \text{const}, \quad (10)$$

где  $n$  — коэффициент преломления;  $r$  — радиус-вектор, проведенный из центра Земли в точку преломления луча;  $\gamma$  — угол преломления луча на границе двух слоев.

Правая часть данного уравнения у поверхности Земли принимает следующий вид:

$$n(r) \cdot r \cdot \sin \gamma(r) = n(R_3) \cdot R_3 \cdot \sin \gamma(R_3), \quad (11)$$

где  $R_3$  — радиус Земли;  $n(R_3) = n_0$  — значения коэффициента преломления у поверхности Земли;  $\gamma(R_3) = \gamma_0$  — угол между нормалью к поверхности Земли и направлением луча.

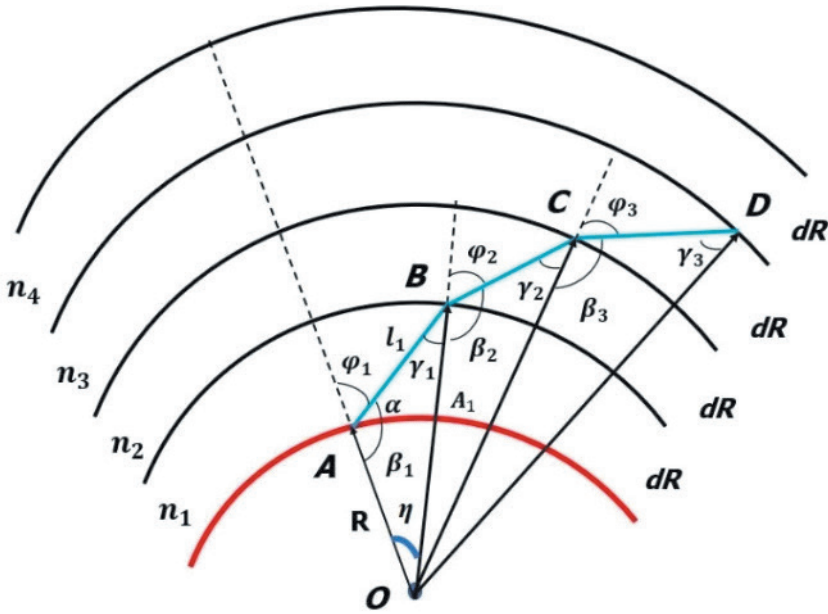


Рис. 6. Геометрическая модель распространения радиолуча в сферически слоистой атмосфере (пояснения в тексте).

Fig. 6. Geometric model of radio beam propagation in a spherically layered atmosphere (explanations in the text).

Уравнение (11) позволяет построить аналитическую модель распространения радиолуча в слоях атмосферы, которая сводится к решению простейшей геометрической задачи. За основу была взята геометрия распространения луча, изображенная на рис. 6. Далее для решения данной задачи атмосфера определялась в виде последовательных слоев по вертикали с шагом 100 м. В каждом из слоев коэффициент преломления предполагался равным константе.

Моделируемый луч выходил из гипотетического источника (антенны), находящегося под определенным углом места:  $\gamma(R_3)$ , который впоследствии изменялся на  $\gamma(r)$ ,  $r > R_3$ . Затем с помощью геометрических преобразований определялись углы падения и преломления радиолуча при переходе через границу двух соседних слоев с различными значениями коэффициентов преломления.

Структура такой модели, подробно рассмотренная в работе [4], позволяет произвести расчет углов падения и преломления радиолуча при изменении коэффициентов преломления в различных слоях атмосферы. Такой подход позволяет определить траекторию распространения луча в атмосферных слоях при наличии фактического вида радиорефракции в каждом слое.

С помощью рис. 6 и путем соответствующих геометрических преобразований можно показать, что в каждом  $k$ -м слое атмосферы угол преломления радиолуча будет определяться в соответствии со следующим выражением:

$$\sin \phi_k = \frac{n_{k-1}}{n_k} \frac{[R + (k-2)dR] \sin \phi_{k-1}}{R + (k-1)dR}. \quad (12)$$

Для расчета погрешностей, которые различные типы рефракции вносят в определение координат цели, определялась наклонная дальность, которая складывалась из суммы длин луча в каждом слое атмосферы. Длина луча в каждом  $k$ -ом слое может быть найдена по формуле:

$$l_k = \frac{[R + (k-1)dR] \sin(\beta_k + \gamma_k)}{\sin \gamma_k}. \quad (13)$$

Тогда наклонная дальность имеет вид:

$$L = l_1 + l_2 + \dots + l_n = L = \sum_{i=1}^n l_i. \quad (14)$$

Высота точек перехода луча через границу двух последовательных слоев атмосферы может быть определена следующим образом:

$$H_k = kdR. \quad (15)$$

где  $k$  — порядковый номер слоя атмосферы. Представленная модель позволяет производить расчеты влияния различных типов рефракции на разных высотах в атмосфере на искривление траектории распространения луча.

Остановимся на рассмотрении полученных в этом случае результатах.

Для оценки погрешностей, которые различные типы рефракции вносят в определение координат исследуемой цели, был построен высотный профиль распределения коэффициента преломления от 0 до 10 км, при котором наблюдалось искривление траектории луча, соответствующее нормальной рефракции. В дальнейшем относительно данной модели рассчитывались погрешности при изменении типа рефракции в различных слоях атмосферы.

В процессе расчета искусственно изменялись значения углов места источника луча, а также было сделано предположение о том, что истинная наклонная дальность  $L$  для исследуемой цели составляет 200 км.

Прежде всего, путем линейной интерполяции было определено, что при стандартной рефракции и наклонной дальности 200 км при угле места  $2^\circ$  высота обнаружения цели  $H_{об}$  составила 9224 м. Затем стандартная рефракция заменялась на три типа рефракции (соответственно — пониженная, сверхрефракция или отрицательная) в указанных в таблицах 5 и 6 слоях атмосферы по следующему принципу:

- в нижнем слое от 0 до 1500 м (три типа рефракции), далее — стандартная;
- средний слой от 1600 до 3500 м (три типа рефракции), выше и ниже — стандартная;
- верхний слой от 3600 до 5500 (три типа рефракции), выше и ниже — стандартная.

Затем определялась высота обнаружения цели при фиксированной наклонной дальности 200 км при двух значениях угла места:  $0,5^\circ$  и  $2^\circ$ . Погрешность

вычислялась как разница между эталонным значением, соответствующим стандартной рефракции, и ее текущим значением. Результаты этого исследования отражены в приведенных ниже таблицах 5 и 6.

Таблица 5

Погрешности высоты обнаружения цели для угла места антенны  $0,5^\circ$  ( $H_{об} = 4029$  м)

Target detection altitude errors for antenna elevation angle of  $0.5^\circ$  ( $H_{cl} = 4029$  м)

Тип рефракции в изменяемом слое	$dN/dz$ , м <sup>-1</sup>	Слой, м	Высота, м	Погрешность $\Delta H$ , м
Пониженная	$-2 \times 10^{-6}$	0—1500	4303	+274
		1600—3500	4117	+88
		3600—5500	4031	+2
Сверхрефракция	$-20 \times 10^{-6}$	0—1500	—	—
		1600—3500	3283	-716
		3600—5500	4018	-11
Отрицательная	$4 \times 10^{-6}$	0—500	5050	+1021
		1600—3500	4374	+345
		3600—5500	4033	+4

Таблица 6

Погрешности высоты обнаружения цели для угла места антенны  $2^\circ$  ( $H_{об} = 9258$  м)

Target detection altitude errors for antenna elevation angle  $2^\circ$  ( $H_{cl} = 9258$  м)

Тип рефракции в изменяемом слое	$dN/dz$ , м <sup>-1</sup>	Слой, м	Высота, м	Погрешность $\Delta H$ , м
Пониженная	$-2 \times 10^{-6}$	0—1500	9364	+140
		160—03500	9353	+129
		3800—5500	9248	+24
Сверхрефракция	$-20 \times 10^{-6}$	0—1500	7995	-1269
		1600—3500	8130	-1094
		3800—5500	8668	-556
Отрицательная	$4 \times 10^{-6}$	0—1500	9781	+557
		1600—3500	9718	+494
		3800—5500	9482	+258

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при отличии рефракции от стандартного типа, погрешности высоты обнаружения цели наблюдаются во всех слоях атмосферы, причем в случае сверхрефракции значения погрешностей максимальны.

Однако, следует отметить, что максимальное значение погрешностей при каждом типе рефракции наблюдается в нижнем слое атмосферы. Из этого можно сделать вывод, что тропосфера, являющаяся «фабрикой погоды» и отличающаяся большими градиентами метеорологических величин, оказывает наибольшее влияние на трансформацию радиолуча. Следовательно, при производстве радиолокационных наблюдений рефракция и метеопараметры, на нее главным образом влияющие, должны быть учтены, особенно в нижних слоях атмосферы.

### 5.2. Расчет траектории распространения СВЧ-излучения с использованием метода эквивалентного радиуса Земли

Рефракцию в атмосфере можно учесть введением эквивалентного радиуса Земли  $R_3$ . Метод эквивалентного радиуса сводит задачу криволинейного распространения радиоволн к задаче с прямолинейным распространением [8]. Для этого криволинейную траекторию луча как бы «разгибают», изменяя радиус Земли до тех пор, пока траектория луча не станет прямолинейной. Полученный таким образом радиус сферы называют эквивалентным радиусом Земли  $R_3$ , который представлен на рис. 7.

Значение эквивалентного радиуса Земли определяет следующее соотношение:

$$R_{\text{эkv}} = \left[ \frac{1}{R_3} + \frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz} \right]^{-1}, \quad (16)$$

где  $R_3 = 6373$  км — радиус Земли,  $n_0$  — значение коэффициента преломления у поверхности,  $dn/dz$  — средний градиент коэффициента преломления в тропосфере [8].

Введение эквивалентного радиуса Земли позволяет записать закон преломления в следующем виде:

$$\sin \phi_0 = \left[ 1 + z \left( 1/R_3 \right) \right] \sin \phi(z). \quad (17)$$

Если луч послан параллельно Земле (нулевой угол возвышения антенны, а высота антенны над Землей равна нулю), то

$$(R_3 + z_{\text{об}})^2 = R_3^2 + L_{\text{накл.д.}}^2, \quad (18)$$

где  $R_3$  — эквивалентный радиус Земли,  $z_{\text{об}}$  — высота объекта,  $L_{\text{накл.д.}}$  — наклонная дальность (расстояние от локатора до объекта).

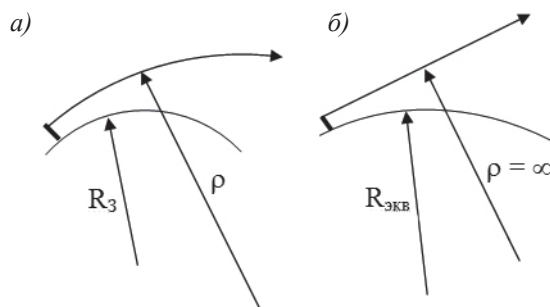


Рис. 7. Геометрическая модель распространения радиолуча в сферически слоистой атмосфере (а) и в сферически слоистой атмосфере при использовании метода эквивалентного радиуса Земли (б);  $\rho$  — радиус кривизны траектории.

Fig. 7. Geometric model of radio beam propagation in a spherically layered atmosphere (a) and in a spherically layered atmosphere using the equivalent Earth radius method (b);  $\rho$  is the radius of curvature of the trajectory.

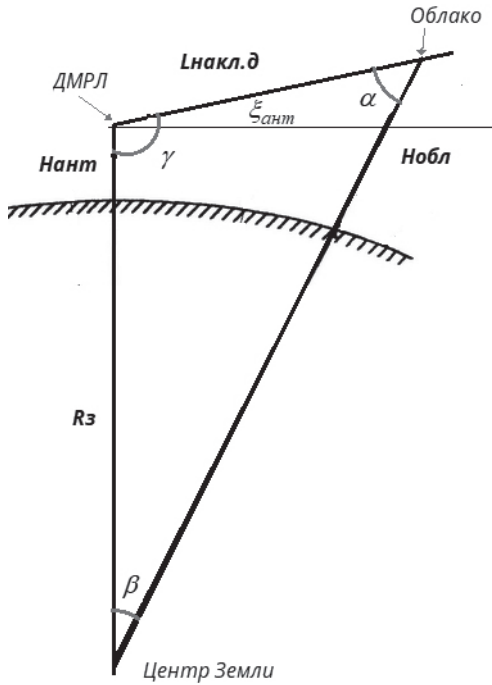


Рис. 8. К расчету наклонной дальности без учета рефракции.

Fig. 8 To the calculation of slant range in the absence of refraction.

При отсутствии рефракции путь луча от ДМРЛ до облака, т.е. наклонная дальность, определяется следующим соотношением:

$$L_{\text{накл.д.}} = (R_з + H_{\text{обл}}) \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \quad (19)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – углы, показанные на рис. 8.

При этом выполняются следующие соотношения:

$$\beta = 180^\circ - (\gamma + \alpha), \quad (20)$$

$$\gamma = 90^\circ + \xi_{\text{ант}}, \quad (21)$$

$$\sin \alpha = \frac{R_з + H_{\text{ант}}}{R_з + H_{\text{обл}}} \sin \gamma, \quad (22)$$

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{R_з + H_{\text{ант}}}{R_з + H_{\text{обл}}} \sin \gamma \right), \quad (23)$$

где  $\xi_{\text{ант}}$  – угол места антенны;  $H_{\text{ант}}$ ,  $H_{\text{обл}}$  – высоты антенны и облака соответственно. При учете рефракции длина искривленной траектории радиолокационного



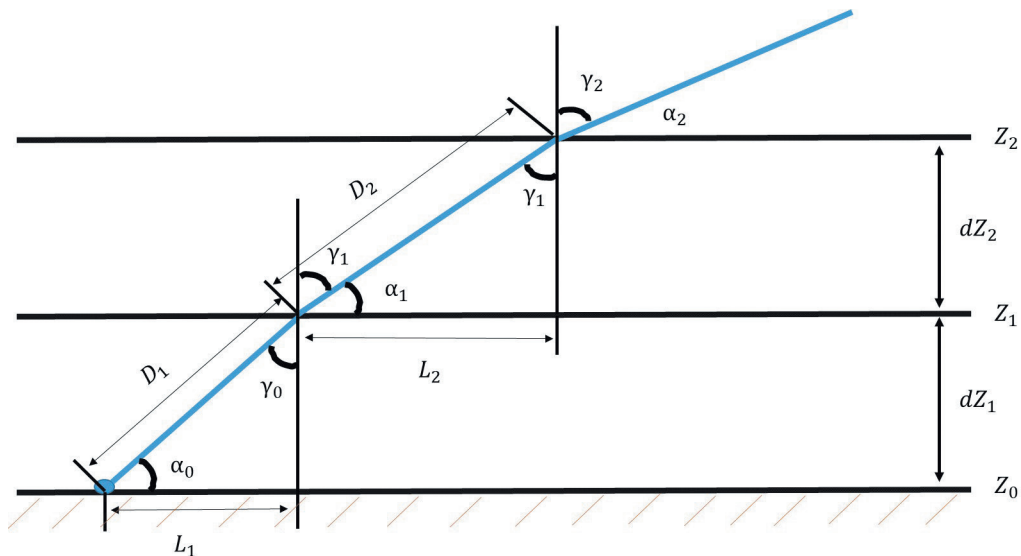


Рис. 9. Геометрическая модель распространения радиолуча в слоистой плоскопараллельной атмосфере при использовании метода приведенного коэффициента преломления.

Fig. 9. Geometric model of radio beam propagation in a layered plane-parallel atmosphere using the reduced refractive index method.

импульса от ДМРЛ до облака будет определяться теми же соотношениями, но в них радиус Земли  $R_z$  необходимо заменить на эквивалентный радиус  $R_s$  (см. формулу (16)).

### 5.3. Расчет траектории распространения СВЧ-излучения с использованием метода приведенного коэффициента преломления

Еще одним подходом к построению траектории распространения луча в оптически неоднородной атмосфере является использование приведенного коэффициента преломления [8]. В этом случае появляется возможность построения траектории не над сферической, а над плоской земной поверхностью. Такой подход к построению траектории в целом ряде случаев является более удобным для дальнейшей интерпретации.

Метод приведенного коэффициента преломления заключается в переходе от использования закона преломления для сферической атмосферы (см. формулу (2) и рис. 3) к закону преломления для плоскопараллельной слоистой атмосферы, в которой отсутствуют горизонтальные неоднородности (см. рис. 9). В этом случае вместо соотношения (2) будет использоваться следующее уравнение:

$$n_p \sin \gamma = \text{const}, \quad (24)$$

где  $n_p$  — приведенный коэффициент преломления;  $\gamma$  — угол преломления луча на границе двух слоев. Прохождение лучом различных слоев атмосферы для этого случая представлено на рис. 9.

Расчет профиля приведенного коэффициента преломления производится по следующей формуле:

$$n_p(z) = n(z) + \frac{z}{R_3}, \quad (25)$$

где  $n(z)$  — коэффициент преломления атмосферы на высоте  $z$ ,  $R_3$  — радиус Земли.

Структура такой модели позволяет построить траекторию распространения луча, но уже над плоской поверхностью.

1. Разбиваем плоскопараллельную атмосферу (см рис. 9) на  $(n+1)$  слой толщиной  $dz_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ .

2. Находим высоту границ каждого слоя  $z_i$ :  $z_0 = 0$ ,

$$z_i = \sum_{j=1}^i dz_j; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (26)$$

3. По формуле (1) рассчитываем среднее значение коэффициента преломления для каждого слоя с границами по высоте  $[z_i, z_{i+1}]$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ :  $n(z_i, z_{i+1})$ , используя средние значения  $p(z_i, z_{i+1})$ ,  $T(z_i, z_{i+1})$  и  $e(z_i, z_{i+1})$  в этом слое.

4. По формуле (25) пересчитываем среднее значение коэффициента преломления для каждого слоя  $n(z_i, z_{i+1})$  в приведенное значение коэффициента преломления  $n_p(z_i, z_{i+1})$ .

5. Траектория распространения излучения в плоскопараллельной неоднородной атмосфере представлена на рис. 9.

Для первого слоя будет выполняться следующее соотношение:

$$n_p(z_0, z_1) \sin \gamma_0 = n_p(z_1, z_2) \sin \gamma_1. \quad (27)$$

Тогда для угла преломления получаем:

$$\gamma_1 = \arcsin \left[ \frac{n_p(z_0, z_1) \sin \gamma_0}{n_p(z_1, z_2)} \right], \quad (28)$$

а для наклонной дальности  $D_1$  и удаления точки пересечения границы второго слоя от начальной точки  $L_1$

$$D_1 = \frac{dz_1}{\cos \gamma_0}, \quad L_1 = D_1 \sin \gamma_0. \quad (29)$$

Угол падения на границу второго слоя  $\alpha_1$  будет равен:

$$\alpha_1 = 90^\circ - \gamma_1. \quad (30)$$

Для последующих слоев (рассмотрим только второй слой) схема расчетов будет следующей:

$$n_p(z_1, z_2) \sin \alpha_1 = n_p(z_2, z_3) \sin \gamma_2, \quad (31)$$

$$\gamma_2 = \arcsin \left[ \frac{n_p(z_1, z_2) \sin \alpha_1}{n_p(z_2, z_3)} \right], \quad (32)$$

$$D_2 = \frac{dz_2}{\cos \alpha_1}, \quad L_1 = D_2 \sin \alpha_1, \quad (33)$$

$$\alpha_2 = 90^\circ - \gamma_2. \quad (34)$$

Для иллюстрации возможностей рассмотренного подхода для построения траектории луча в неоднородной атмосфере была создана программа для ПЭВМ, реализующая рассмотренный ранее алгоритм. На рис. 10 представлены изменения траектории луча при трех постоянных значениях градиента коэффициента преломления. На горизонтальном удалении в 300 км за счет искривления траектории луча различие в высоте его нахождения составляет более 3,5 км.

### Заклучение

Проведенные исследования позволили обосновать влияние различных типов рефракции на траекторию распространения луча и, как следствие, на погрешности при определении координат интересующей цели, установить зависимости между величинами вышеупомянутых погрешностей от угла места источника луча и типов рефракции.

Предложенные в работе методики построения траектории распространения луча в неоднородной атмосфере позволили наглядно продемонстрировать влияние различных видов рефракции на изменение высоты луча над земной поверхностью по мере его удаления от МРЛ, проводить моделирование траектории распространения радиолуча в сферически слоистой атмосфере при различных типах рефракции.

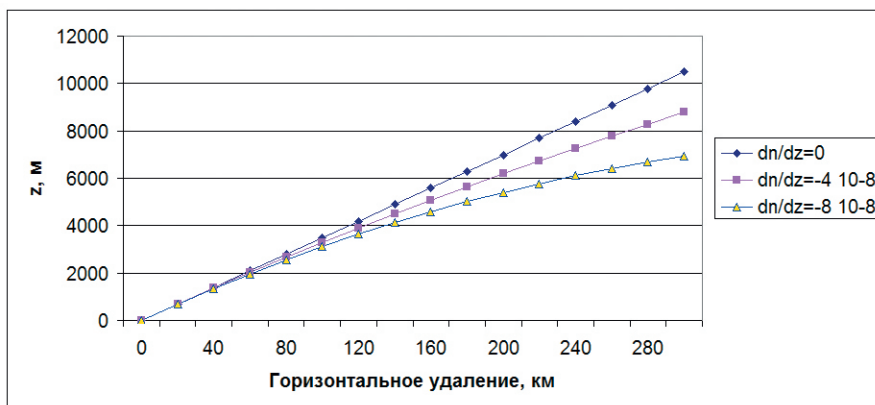


Рис. 10. Траектория луча при трех постоянных градиентах коэффициента преломления.

Fig. 10. Ray trajectory for three constant refractive index gradients.

Кроме того, рассмотренные подходы к учету рефракции могут существенно упростить и решение других прикладных задач радиометеорологии: оценку влияния рефракции на траекторию распространения в атмосфере импульсного объема, оценку влияния погрешностей в задании количественных характеристик рефракции на точность определения радиолокационными средствами высоты метеорологических объектов и др.

### *Список литературы*

1. Zen Y, Blahak U., Neuper M., Jerger D. Radar Beam Tracing Methods Based on Atmospheric Refractive Index. // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. 2014. Vol. 31. Issue 12. P. 2650—2670.
2. Жуков В. Ю., Кузнецов А. Д., Сероухова О. С. Интерпретация данных доплеровских метеорологических радиолокаторов. СПб.: изд. РГГМУ. 2016. 118 с.
3. Кузнецов А. Д., Симакина Т. Е., Крюкова С. В., Саенко А. Г. Влияние погрешностей радиолокационной пеленгации аэрологических радиозондов на точность ветрового зондирования // Гидрометеорология и экология. 2023. №72. С. 407—419. doi: 10.33933/2713-3001-2023-72-407-419.
4. Жуков В. Ю., Кузнецов А. Д., Никитина В. С. Моделирование влияния рефракции на определение координат цели при производстве радиолокационных наблюдений // Труды ВКА А. Ф. Можайского. 2023. Вып. 688. С. 55—61.
5. Базлова Т. А., Бочарников Н. В., Брылёв Г. Б. Метеорологические автоматизированные радиолокационные сети. СПб.: Гидрометеиздат. 2002. 331 с.
6. Базлова Т. А., Бочарников Н. В., Брылёв Г. Б. Радиолокационные метеорологические наблюдения. СПб.: Наука, 2010. 516 с.
7. Мещеряков А. А., Госенченко С. Г., Кижнер Л. И. Влияние изменчивости индекса преломления тропосферы на дальность прямой видимости и погрешности измерения координат радиолокационных целей // Известия Томского государственного университета. Математика и механика. Физика. 2011. Т. 318. № 2. С. 59—63.
8. Восканян К. Л., Жуков В. Ю., Крюкова С. В. и др. Атмосферная рефракция радиоволн СВЧ-диапазона. СПб.: изд. РГГМУ. 2024. 102 с.
9. Dettwiller L. Study of the lateral shift due to atmospheric refraction: alternative analytical methods // Journal of the Optical Society of America. 2024. Vol. 41. Issue 7. P. 1310—1318/ <https://doi.org/10.1364/JOSAA.522962>.
10. Lewis O., Brunt C., Kitchen M. A new method of retrieving atmospheric refractivity structure. // International Journal of Remote Sensing 2023. Vol. 44. P. 749—785.
11. Elhassan I. M. Practical evaluation of atmospheric refraction effect on surveying observations // World Journal of Engineering Research and Technology. 2022. Vol. 8, Issue 12. P. 20—28.
12. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии (Радиометеорология). Л.: Гидрометиздат. 1966. 350 с.
13. Заболотный Н. С., Голдина В. Н. Использование математических моделей для определения показателя преломления атмосферы // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1987. № 2. С. 30—33.
14. University of Wyoming. College of Engineering. Department of Atmospheric Science. [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL: <http://weather.uwyo.edu/> (дата обращения: 05.09.2023).
15. Гурский Д. А., Турбина Е. С. Вычисления в Mathcad 12. СПб.: Питер. 2006. 544 с.
16. Kuznetsov A., Seroukhova O., Simakina T., Kryukova S. The vertical profile of the refraction coefficient for microwave radiation in the troposphere and its variability // Journal of Physics: Conference Series. 2021. P. 74—83. 012008, IOP Publishing. doi: 10.1088/1742-6596/1991/1/012008.
17. Островский Е. В., Фридзон М. Б. Тонкая структура вертикального профиля влажности, влияющая на распространение радиоволн в тропосфере // Научный вестник МГТУ ГА. Серия «Радиофизика и радиотехника». 2008. № 133. С. 30—39.

### References

1. Zeng Y., Blahak U., Neuper M. et al. Radar Beam Tracing Methods Based on Atmospheric Refractive Index. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2014; (31): 2650—2670.
2. Zhukov V. Yu., Kuznetsov A. D., Seroukhova O. S. *Interpretaciya dannyx doplerovskix meteorologicheskix radiolokatorov = Interpretation of Doppler Weather Radar Data*. St. Petersburg. RSHU Publishing House, 2016: 118 p. (In Russ.).
3. Kuznetsov A. D., Simakina T. E., Kryukova S. V. et al. Influence of Errors in Radar Direction Finding of Aerological Radiosondes on the Accuracy of Wind Sounding. *Gidrometeorologiya i e'kologiya = Hydrometeorology and Ecology*. 2023; (72): (407—419). (In Russ.). doi: 10.33933/2713-3001-2023-72-407—419.
4. Zhukov V. Y., Kuznetsov A. D., Nikitina V. S. Modeling the influence of refraction on the determination of target coordinates during radar observations. *Trudy VKA A. F. Mozhajskogo = Proceedings of the A. F. Mozhaisky Military Space Academy*. 2023; (688): (55—61). (In Russ.).
5. Bazlova T. A. Bocharnikov N. V., Brilev G. B. *Meteorologicheskie avtomatizirovannye radiolokacionnye seti = Meteorological automated radar networks*. St. Petersburg: Gidrometeoizdat, 2002: 331 p. (In Russ.).
6. Bazlova T. A., Bocharnikov N. V., Brilev G. B. *Radiolokacionnye meteorologicheskie nablyudeniya = Radar meteorological observations*. SPb.: Nauka, 2010: 516 p. (In Russ.).
7. Meshcheryakov A. A., Gosenchenko S. G., Kizhner L. I. The influence of variability of the refractive index of the troposphere on the line-of-sight range and errors in measuring the coordinates of radar targets. *Izvestiya Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mexanika. Fizika = Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics. Physics*. 2011; 318(2): (59—63). (In Russ.).
8. Voskanyan K. L., Zhukov V. Yu., Kryukova S. V. et al. *Atmosfera'naya refrakciya radiovoln SVCh-diapazona = Atmospheric refraction of microwave radio waves*. St. Petersburg: RSHU, 2024: 102 p. (In Russ.).
9. Dettwiller L. Study of the lateral shift due to atmospheric refraction: alternative analytical methods, and new results. *Journal of the Optical Society of America*. 2024; 41(7): 1310—1318 doi: 10.1364/JOSAA.522962.
10. Lewis O., Brunt C., Kitchen M. A new method of retrieving atmospheric refractivity structure. *International Journal of Remote Sensing*. 2023; (44): 749—785.
11. Ismat M. E. Practical evaluation of atmospheric refraction effect on surveying observations. *World Journal of Engineering Research and Technology*. 2022; 8(12): 20—28.
12. Stepanenko V. D. *Radiolokaciya v meteorologii (Radiometeorologiya) = Radar in meteorology (Radiometeorology)*. L.: Gidrometizdat, 1966: 350 p. (In Russ.).
13. Zabolotny N. S., Goldina V. N. Using mathematical models to determine the refractive index of the atmosphere. *News of universities. Geodesy and aerial photography*. 1987; (2): (30—33).
14. University of Wyoming. *College of Engineering. Department of Atmospheric Science*. Available at: <http://weather.uwyo.edu/> (accessed on: 9.05.2023).
15. Gursky D. A., Turbina E. S. *Vychisleniya v Mathcad 12 = Calculations in Mathcad 12*. St. Petersburg: Piter, 2006: 544 p. (In Russ.).
16. Kuznetsov A., Seroukhova O., Simakina T. et al. The vertical profile of the refraction coefficient for microwave radiation in the troposphere and its variability. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021; 74—83. doi:10.1088/1742-6596/1991/1/012008.
17. Ostrovsky E. V., Fridzon M. B. Fine structure of the vertical humidity profile affecting the propagation of radio waves in the troposphere. *Nauchnyj vestnik MGTU GA, seriya Radiofizika i radiotekhnika = Scientific Bulletin of MSTU GA, Radiophysics and Radio Engineering series*. 2008; (133): (30—39). (In Russ.).

### Сведения об авторах

Жуков Владимир Юрьевич, д-р физ.-мат. наук, доцент, Российский государственный гидрометеорологический университет, профессор, vuzhukov2002@list.ru.

*Кузнецов Анатолий Дмитриевич*, д-р физ.-мат. наук, профессор, Российский государственный гидрометеорологический университет, профессор, kuznetsov1946@inbox.ru.

*Никитина Виктория Сергеевна*, аспирант, Российский государственный гидрометеорологический университет», victoriaflint01@gmail.com.

*Сероухова Ольга Станиславовна*, канд. физ.-мат. наук, доцент, Российский государственный гидрометеорологический университет, доцент, serouhova@inbox.ru.

*Симакина Татьяна Евгеньевна*, канд. физ.-мат. наук, доцент, Российский государственный гидрометеорологический университет, доцент, tatiana.simakina@gmail.com.

### ***Information about authors***

*Zhukov Vladimir Yuryevich*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor. Russian State Hydrometeorological University, Professor, vuzhukov2002@list.ru.

*Kuznetsov Anatoly Dmitrievich*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor. Russian State Hydrometeorological University, Professor, kuznetsov1946@inbox.ru.

*Nikitina Victoria Sergeevna*, Postgraduate Student. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Russian State Hydrometeorological University, Postgraduate Student, victoriaflint01@gmail.com.

*Seroukhova Olga Stanislavovna*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Russian State Hydrometeorological University, Associate Professor, serouhova@inbox.ru.

*Simakina Tatyana Evgenyevna*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Russian State Hydrometeorological University, Associate Professor, tatiana.simakina@gmail.com.

**Конфликт интересов:** конфликт интересов отсутствует.

*Статья поступила 22.01.2025*

*Принята к печати 25.02.2025*

*The article was received on 22.01.2025*

*The article was accepted on 25.02.2025*