

Гидрометеорология и экология. 2026. № 83. С. 305—322.

Hydrometeorology and Ecology. 2026;(83):305—322.

Научная статья

УДК 551.509.323

doi: 10.33933/2713-3001-2026-83-305-322

Применение метода латентных переменных к анализу временных рядов температуры воздуха

***Светлана Владимировна Морозова, Алексей Раисович Файзлыев,
Валерия Андреевна Морозова***

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия,
swetwl@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается возможность применения метода латентных переменных (LGM) к анализу временных рядов температуры воздуха. Для анализа выбраны временные ряды аномалий приповерхностной температуры воздуха Северного полушария. Исследование временных рядов проводилось с разбивкой на естественные климатические периоды состояния земной климатической системы. Расчеты выполнены на языке R с использованием библиотеки lavaan. Результаты расчетов представлены графически. Проведено сравнение расчетов по модели LGM с расчетами, выполненными с применением метода наименьших квадратов. Результаты, полученные методом LGM, хорошо согласуются с результатами, полученными другими способами аппроксимации, что указывает на перспективность его применения в гидрометеорологических и экологических исследованиях.

Ключевые слова: модель скрытого роста, латентные переменные, климатическая изменчивость.

Для цитирования: Морозова С. В., Файзлыев А. Р., Морозова В. А. Применение метода латентных переменных к анализу временных рядов температуры воздуха // Гидрометеорология и экология. 2026. № 83. С. 305—322. doi: 10.33933/2713-3001-2026-83-305-322.

Original article

Application of the latent variable method to the analysis of air temperature time series

***Svetlana V. Morozova, Alexey R. Faizliev,
Valeria A. Morozova***

Saratov State University, Saratov, Russia, swetwl@yandex.ru

Summary. Using the latent growth model, an analysis of time series of surface air temperatures in the Northern Hemisphere for the period from 1880 to 2024 was performed. The available time interval was divided into natural climatic periods of the state of the earth's climate system: 1) the period between the end of the Little Ice Age in Europe in the early 19th century and the beginning of the second wave of global warming; 2) the first phase of global warming; 3) the phase of relative cooling; 4) the second

phase of global warming. Calculations were performed for each time interval. The calculations were performed in the R programming language using the lavaan library. The following were selected as latent variables: i is the mean; s is the characteristic of the linear term of the trend; q is the variable characterizing the description of the series of the original data by a quadratic function (quadratic trend); r is the variable characterizing the description of the series of the original data by a third-degree polynomial (cubic trend). In addition, the covariances between the variables i and s were calculated. The calculation results are presented graphically. The LGM model's calculations are compared with those performed using the ordinary least squares method. The LGM results are in good agreement with those obtained using other approximation methods, indicating its potential for use in hydrometeorological and environmental studies. The latent variable method allows for the simultaneous evaluation of both the variance and polynomial components of statistical analysis. Time series analysis linked to natural climatic periods revealed a decline in the Earth's climate system's protective mechanisms for maintaining climatic and ecological equilibrium.

Keywords: latent growth model, latent variables, climate variability.

For citation: Morozova S. V., Faizliev A. R., Morozova V. A. Application of the latent variable method to the analysis of air temperature time series. *Gidrometeorologiya i Ekologiya = Journal of Hydrometeorology and Ecology*. 2026;(83):(305—322). doi: 10.33933/2713-3001-2026-83-305-322. (In Russ.).

Введение

Статистический анализ метеорологических данных, в частности временных рядов, довольно хорошо разработан и очень полно представлен во многих учебных пособиях, например, в [1, 2]. Статистические приемы, применяемые к анализу временных рядов, очень разнообразны и позволяют решать большой круг задач — восстанавливать данные, исследовать на случайность, аппроксимировать различными функциями, выделять периодические составляющие, находить их связность.

Однако успешно апробированные и прекрасно себя зарекомендовавшие методы требуют постоянного совершенствования, а возникающие перед человечеством новые научные и практические задачи способствуют разработке и применению новых статистических приемов. Подтверждением этому может быть конференция «*Инновационные методы математики и физики в экологических и гидрометеорологических исследованиях*», проведенная в 2024 г. Российским государственным гидрометеорологическим университетом (РГГМУ).

В последние десятилетия в связи с мощным развитием компьютерной техники интенсивно развиваются новые направления многомерного анализа, к которым относится и структурное моделирование. Оно включает естественное развитие и объединение таких методов, как множественная линейная регрессия, дисперсионный анализ, факторный анализ [3, 4]. Одним из способов структурного моделирования являются модели скрытого роста (Latent Growth Model, LGM) или латентные кривые, которые позволяют выявлять изменения во времени, принимая во внимание иерархическую структуру данных, и оцениваются с помощью моделирования структурными уравнениями (Structural Equation Modeling (SEM)). Достоинством модели скрытого роста служит то, что она «*в определенной степени интегрирует идеи линейного регрессионного анализа, факторного и дисперсионного анализа и позволяет использовать преимущества всех этих методов одновременно*» [5].

Метод латентных переменных, как и многие другие, позволяет уменьшать размерность данных, при этом латентные переменные не могут быть измерены в явном виде, а их влияние выявляется через математическую модель. Задачи, которые можно решать с применением LGM, довольно разнообразны, однако их суть заключается в выделении роли неявного фактора (факторов) в наступлении какого-либо события или в развитии процесса.

Наиболее широкое распространение LGM получила преимущественно в экономике, машинном обучении, биоинформатике, социальных науках в зарубежных исследованиях [6—10] и частично в отечественных работах [11—13]. Однако в гидрометеорологии, насколько нам известно, метод LGM еще не использовался, поэтому целью данной работы является попытка оценки возможности применения модели скрытого роста к метеорологическим данным, изменения которых происходят под совокупным действием множества зачастую скрытых и не всегда понятных факторов.

Материалы и методы исследования

В качестве исходных данных использовались временные ряды аномалий средней месячной приповерхностной температуры воздуха Северного полушария, рассчитанные по отношению к базовому периоду с 1961 г. по 1990 г. Данные выбирались с сайта <https://crudata.uea.ac.uk/cru//data//temperature/> [14] за период с 1880 г. по 2024 г. Использовался массив HadCRUT5, который, в отличие от предыдущих версий (HadCRUT4), не использует подстроечные сетки, а применяет гауссовский процесс с простой ковариационной структурой [15]. Считается, что такой способ более продуктивен в устранении погрешностей/неопределенностей, особенно над водной поверхностью [15].

Исследуемый временной ряд разбит на естественные климатические периоды (е.к.п.) — интервалы, в которые главная характеристика климата — температура воздуха — показывает однонаправленную тенденцию изменения. В соответствии с рекомендациями [16—19] в настоящей статье будем придерживаться следующего деления на естественные климатические периоды:

- 1) промежуток между окончанием малого ледникового периода в Европе и началом развития первой волны глобального потепления (1880—1907 гг.);
- 2) первая волна глобального потепления (1908—1943 гг.);
- 3) период стабилизации (1944—1974 гг.);
- 4) вторая волна глобального потепления (1975—2024 гг.).

Расчёты выполнялись на языке программирования R с использованием библиотеки lavaan (<https://lavaan.ugent.be>) [20]. Язык R, аналогичный языку S (Bell Labs, сейчас язык считается устаревшим), разрабатывался сотрудниками Оклендского технологического университета (Auckland University of technology), Новая Зеландия и назван по первой букве имен разработчиков — Ross Ihaka и Robert Gentleman. Язык появился в 1993 г., широко используется для статистической обработки данных и работы с графикой.

Преимущества этого языка программирования — бесплатный открытый исходный код, в язык встроены готовые методы статистического анализа и инструменты визуализации. Универсальная сфера применения — статистические вычисления, анализ данных и машинное обучение. Библиотека lavaan (Latent variable analysis) — специфический инструмент для моделирования структурными уравнениями (SEM), позволяющий оценивать и проверять сложные причинно-следственные связи между переменными.

Модель можно задать двумя способами: аналитическим и графическим. При аналитическом способе используется система линейных уравнений множественной регрессии и ковариационные соотношения. Уравнение, используемое в расчете LGM, напоминает уравнение регрессии, но, в отличие от регрессионных моделей, в которых исследуется связь между переменными в один и тот же момент времени, LGM позволяет анализировать, как изменяются данные во времени. Временные интервалы выбираются произвольно в зависимости от поставленной задачи. В нашем случае временной интервал — один месяц.

Этапы решения поставленной задачи

1. *Формулировка гипотезы.* Гипотеза: существуют измеряемые и латентные переменные, которые взаимодействуют друг с другом. В нашем случае измеряемыми переменными являются аномалии средних месячных значений температуры воздуха, латентными — линейные и нелинейные статистики. Характер связи между переменными может быть детерминированный (причинно-следственный) или корреляционный/ковариационный.

2. *Анализ данных.* Сначала с помощью минимизирующей процедуры вычисляются оценки для регрессионных коэффициентов, вариаций и ковариаций независимых переменных. Чаще всего используется метод наименьших квадратов. В нашем случае использовался метод максимального правдоподобия (Maximum Likelihood, ML). Метод максимального правдоподобия применяется в случае многомерной нормальности данных. При нарушении нормальности распределения или гетероскедастичности (неравномерности дисперсионных остатков) применяются робастные подходы.

Суть метода максимального правдоподобия — найти такие значения, при которых вероятность получения наблюдаемых значений была бы максимальной, для чего итеративно рассчитываются средние, дисперсии, регрессионные коэффициенты (параметры модели).

Для реализации этапов модели используется формула (1), в соответствии с которой решаются уравнения (2). Общий вид формулы и уравнений приведены ниже. Поскольку изменения температуры рассматривались в 12 точках (месяцах), то имеем двенадцать уравнений, в которых используются четыре латентных фактора: среднее значение, линейная зависимость, квадратичный тренд и кубический тренд (полином третьей степени).

$$t_j = \lambda_0(i + \xi_i) + \lambda(s + \xi_s) + \lambda^2(q + \xi_q) + \lambda^3(r + \xi_r) \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 t_0 &= 1 \cdot i + \xi_i + \varepsilon_0 \\
 t_1 &= 1 \cdot i + 1 \cdot s + 1 \cdot q + 1 \cdot r + \xi_i + \xi_s + \xi_q + \xi_r + \varepsilon_1 \\
 t_2 &= 1 \cdot i + 2 \cdot s + 2^2 \cdot q + 2^3 \cdot r + \xi_i + 2 \cdot \xi_s + 2^2 \cdot \xi_q + 2^3 \cdot \xi_r + \varepsilon_2 \\
 &\dots \\
 t_{11} &= 1 \cdot i + 11 \cdot s + 11^2 \cdot q + 11^3 \cdot r + \xi_i + 11 \cdot \xi_s + 11^2 \cdot \xi_q + 11^3 \cdot \xi_r + \varepsilon_{11} \quad (2)
 \end{aligned}$$

где t — аномалии температуры; i — среднее; s — характеристика линейного тренда (наклон); q — переменная, обозначающая квадратичный тренд; r — переменная, обозначающая кубический тренд (полином третьей степени); λ — параметр, показывающий номер момента времени (шаг временного ряда), относительно которого формируется тренд; $\xi_i, \xi_s, \xi_q, \xi_r$ — случайные составляющие (возмущения), соответствующие отдельным компонентам модели; ε — невязка.

Графический способ задания модели представлен на рис. 1. На схеме (рис. 1) разделены два вида переменных: слева — фактические, исследуемые нами величины — аномалии температур воздуха. В вертикальных квадратах буквами $t_1, t_2, t_3, t_4, \dots, t_{12}$ обозначены аномалии температуры для месяцев с января по декабрь. Поясним, что помещенная в квадрат буква t_1 означает ряд средних месячных аномалий января, t_2 — февраля и т. д. То есть, в каждом квадрате имеется множество точек, соответствующих определенному месяцу. Слева от каждого квадрата в кружках представлены остатки, или невязки модели.

На схеме справа (рис. 1) в кружках показаны рассчитываемые, или латентные, переменные. В качестве латентных переменных (согласно алгоритму расчета в R-пакете) поочередно выступают: i — среднее; s — характеристика линейного члена тренда; q — переменная, характеризующая описание рядов исходных данных квадратичной функцией (квадратичный тренд); r — переменная, характеризующая описание рядов исходных данных полиномом третьей степени (кубический тренд).

От каждой латентной переменной к каждому квадрату проведены стрелки, показывающие принцип расчета. От кружка, в который помещена первая латентная переменная i , проведены фиолетовые стрелки. Они показывают, что для всех рядов аномалий температуры рассчитаны средние значения. У конца каждой фиолетовой стрелки проставлена фиолетовым цветом цифра «1». Она показывает, что рассчитанное среднее значение для января распространяется на все остальные месяцы, т. е. на графике была бы прямая линия, параллельная оси абсцисс с ординатой «средняя температура января». Если бы за начало работы модели был выбран февраль, то всем остальным месяцам ставилась бы в соответствие средняя температура февраля и т. д. Для данного способа аппроксимации рассчитывается своя невязка (ε).

От второй латентной переменной, обозначенной буквой s и помещенной в кружок под первой латентной переменной i , к каждому квадрату проведены зеленые стрелки. У конца каждой стрелки проставлены соответствующим цветом цифры от «0» до «11». Цифра «0» у первой стрелки означает, что вторую латентную переменную s невозможно рассчитать только по одной «точке», которая

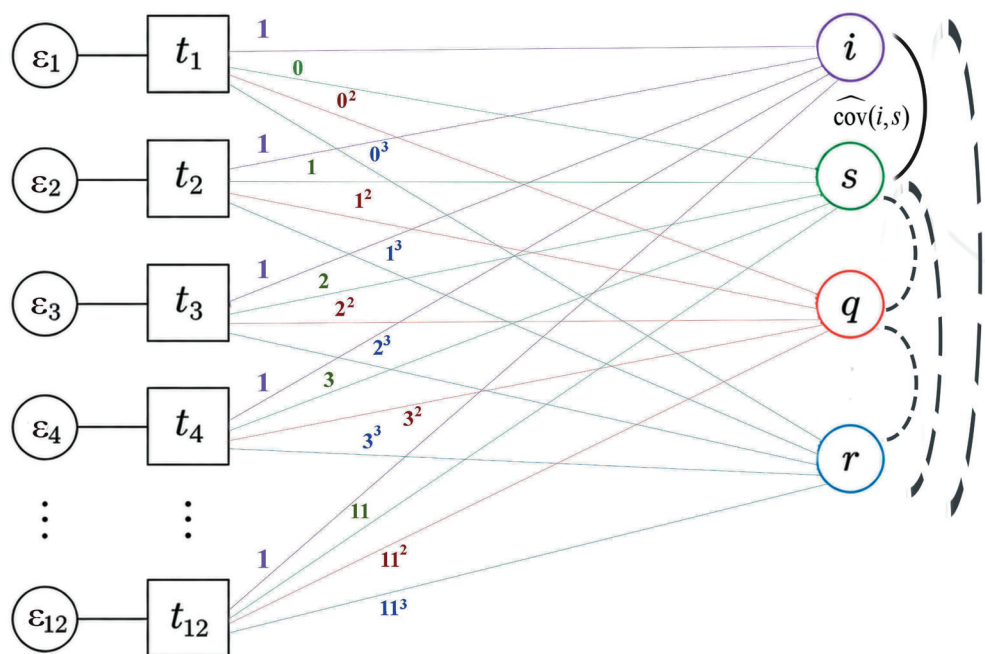


Рис. 1. Графическая интерпретация модели LGM.

Fig.1. Graphical representation of the Latent Growth Model (LGM).

получается при преобразовании ряда t_1 . Каждый следующий порядковый номер (от «1» до «11») показывает поочередное прибавление «точки» для расчета угла наклона линейного тренда. Цифра «1» показывает, что для построения линейного тренда использованы две «точки» — t_1 и t_2 , «2» — использованы уже три точки — t_1 , t_2 , и t_3 , и т. д. Опять же для каждого случая аппроксимации рассчитаны остатки (ε_j).

От третьей латентной переменной q к каждому квадрату проведены красные стрелки, цифры около каждой стрелки, как и в предыдущем случае, показывают поочередное прибавление новой «точки», вторая степень отражает расчет квадратичной функции.

От кружка с переменной r к каждому квадрату проведены синие стрелки, числовое обозначение которых показывает расчет кубического тренда (полинома третьей степени). Дуга на графике, соединяющая две латентные переменные i и s , означает, что между средними значениями и углами наклонов рассчитывается ковариация. Особенность расчета ковариационной зависимости заключается в том, что в качестве одного ряда используется исходный временной ряд первого месяца, от которого стартует модель (в нашем случае январь) и угловыми коэффициентами линий тренда соответствующего года (в построении линии тренда участвуют все двенадцать месяцев).

Пунктирными дугами на рисунке показаны все возможные при расчетах ковариационные зависимости. В нашем случае рассчитывается ковариация только между двумя первыми латентными переменными.

Отметим, что параллельно с применением метода латентных переменных приводим результаты расчетов классическими методами статистического анализа, применяемых к временным рядам, а именно метод наименьших квадратов (МНК).

В расчетах по стандартной модели LGM предполагается, что остатки наблюдаемых переменных имеют нормальное распределение с нулевым средним и некоторой дисперсией. В пакете lavaan по умолчанию для каждого исходного временного ряда оценивается своя остаточная дисперсия. Таким образом, модель уже допускает разные остаточные дисперсии в разные моменты времени, то есть исследование на гетероскедастичность уже «встроено» в модель [6, 9, 11]. В нашем случае модель оценивает двенадцать (по числу месяцев) отдельных параметров дисперсий ошибок.

Таким образом, модель LGM по умолчанию корректно учитывает гетероскедастичность, оценивая отдельные остаточные дисперсии для каждого исходного временного отрезка. Это делает её более гибкой и надёжной по сравнению с методами, предполагающими гомоскедастичность (МНК) [6, 9, 11].

Результаты исследования

Для пояснения сути применяемого нами метода LGM на рис. 2 приведены линии тренда, построенные для первых двух лет исследуемых рядов. Видим, что

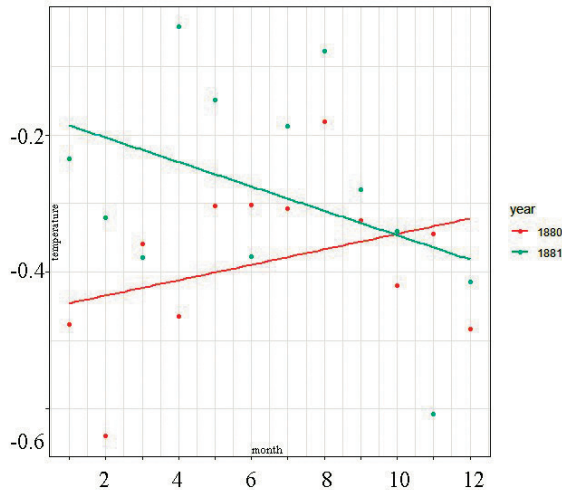


Рис. 2. Линии тренда, построенные по аномалиям средней месячной температуры для 1880 г. и 1881 г. (по данным архива HadCRUT5) [14].

Fig. 2. Trend lines plotted based on mean monthly temperature anomalies for 1880 and 1881 (based on HadCRUT5 archive data) [14].

в одном году аномалии температуры от месяца к месяцу уменьшаются, в другом — растут. Таким образом, для оценки возможности применения метода LGM в гидрометеорологии выбрана наипростейшая — рассмотреть, как изменяются аномалии средних месячных температур от месяца к месяцу в различные естественные климатические периоды.

Анализ результатов расчетов по периодам климатической изменчивости.

Рассмотрим первый период (1880—1907 гг.). В табл. 1 приведены статистические оценки работы модели по данным об аномалиях приповерхностной температуры воздуха Северного полушария в период между окончанием малого ледникового периода в Европе и началом развития первой волны глобального потепления.

Таблица 1

Оценка работы модели на временном периоде с 1880 г. по 1907 г.
Evaluation of the model's performance over the period 1880—1907

Латентная переменная (обозначение, размерность)	Оценка	Стандартное отклонение	Z-value (на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня)	P-value (уровень значимости, < 0,05)
i , °C	-0,602	0,056	-10,833	0,000
s , °C/мес	0,035	0,025	1,441	0,150
q , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	0,008	0,004	1,01	0,072
r , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	-0,001	0,0003	-3,693	0,000
Оценка ковариаций переменных i и s				
$cov(i, s)$	-0,004	0,001	-2,491	0,013

Примечание: В этой и во всех приведенных ниже таблицах полужирным шрифтом указаны статистически значимые характеристики при 5 % уровне значимости. Переменные i , s , q , r — описание результатов работы модели полиномами 0-ой, 1-ой, 2-ой и 3-ей степеней соответственно.

Проведем анализ табл. 1. Значение $-0,6$ °C — это среднее значение температуры для всех январей выбранного периода (среднее многолетнее для всех январей на интервале с 1880 г. по 1907 г.).

Согласно табл. 1 статистически значимой при описании изменений аномалий приповерхностной температуры воздуха на Северном полушарии в период с 1880 г. по 1907 г. стала аппроксимация временных рядов полиномом третьей степени.

Ковариация переменных, представленная в табл. 1, рассчитана между данными двух рядов. Один ряд (i) — значения аномалий температуры январей, вошедших в интервал с 1880 г. по 1907 г., другой ряд — значения угловых коэффициентов линейных трендов для каждого индивидуального года. (Можно посмотреть, есть ли связь между январскими аномалиями и внутригодовой изменчивостью аномалий температуры. Если за начало отсчета работы модели взять февральские температуры, то можно посмотреть, есть ли связь между февральскими аномалиями и дальнейшим изменением аномалий в другие месяцы).

Метод LGM позволяет одновременно оценить дисперсии каждого временного ряда (табл. 2).

Таблица 2

Оценка дисперсий временных рядов температуры на временном периоде с 1880 г. по 1907 г.

Estimation of dispersions of temperature time series in the period 1880—1907

Исследуемая переменная, °С	Дисперсия, °С	Стандартное отклонение, °С	Z-value, без размерности (показывает, на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня, °С	P-value (уровень значимости, < 0,05)
t_1	0,080	0,030	3,444	0,001
t_2	0,058	0,017	3,434	0,001
t_3	0,051	0,015	3,493	0,000
t_4	0,019	0,006	3,284	0,001
t_5	0,005	0,002	2,479	0,013
t_6	0,014	0,004	3,432	0,001
t_7	0,007	0,002	3,223	0,001
t_8	0,006	0,002	3,032	0,002
t_9	0,006	0,002	2,868	0,004
t_{10}	0,011	0,004	3,016	0,003
t_{11}	0,052	0,015	3,517	0,000
t_{12}	0,035	0,011	3,270	0,001

Согласно табл. 2, дисперсии оказались значимы для всех месяцев года. Наибольший разброс относительно среднего значения характерен для зимних месяцев, наименьший — для месяцев теплого полугодия, что соответствует климату. Для каждого периода рассчитаны доверительные интервалы для 95-% уровня значимости. Укажем, что табличные значения дисперсий приведены только для первого е.к.п.. Для остальных периодов на графиках показаны доверительные интервалы.

На рис. 3 а представлен вариант аппроксимации изменения средних месячных аномалий температуры полиномом третьей степени, полученной методом LGM. На этом рисунке виден сглаженный временной ход средних месячных аномалий температуры. Можно отметить, что в первом е.к.п. средние месячные аномалии с января по август по модулю уменьшались и сдвигались в сторону положительных значений. В летне-осенний период аномалии температуры становились больше по модулю и смещались в сторону более низких значений.

На рис. 3 б представлена аппроксимация того же временного ряда, полученного методом наименьших квадратов, причем линиями представлены все варианты аппроксимации: линейная — короткий пунктир; квадратичная — длинный пунктир; красная линия — полиномом третьей степени. Синяя линия отражает фактическое изменение средних месячных аномалий. На этом же рисунке приведены уравнения различных способов аппроксимации и их оценка по R^2 .

Согласно рис. 3 б, наилучшим способом представления исходных данных также оказалась полиномиальная с третьей степенью полинома, по которой прослеживается зависимость, описанная выше (рис. 3 а).

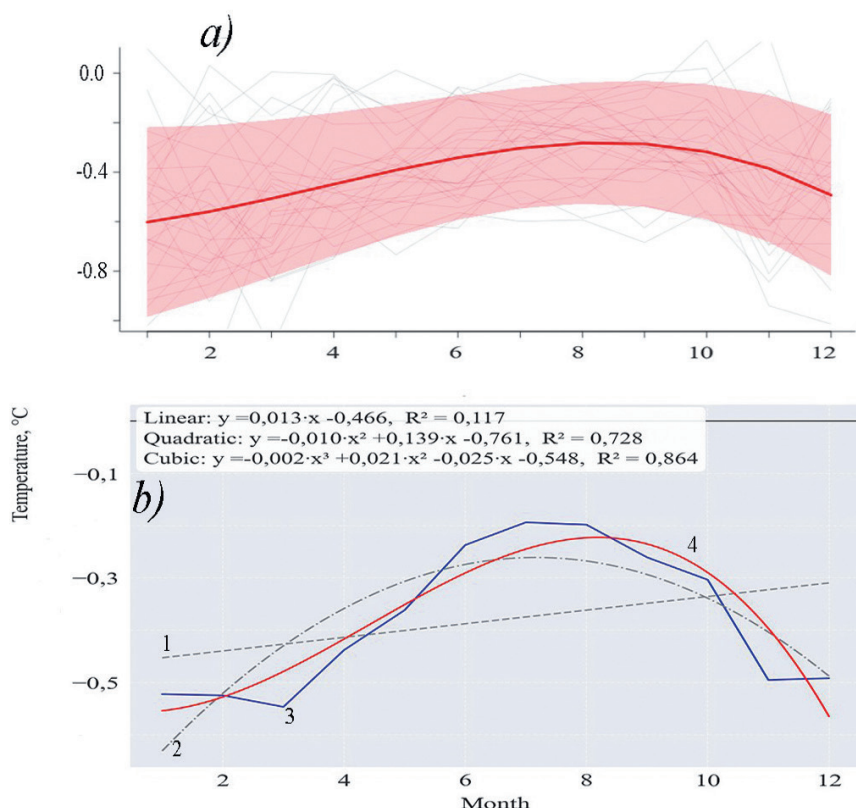


Рис. 3. Изменение аномалий температуры во времени в первый е.к.п. (1880—1907 гг.).
a) на основе модели LGM с выделением аппроксимации полиномом третьей степени;
б) аппроксимация зависимостей с оценкой по R^2 ,

где 1 — линейный тренд, 2 — квадратичный тренд, 3 — фактическое изменение среднемесячных аномалий, 4 — полином третьей степени.

Fig. 3. Temporal dynamics of the temperature anomalies during the first experimental climatic period (1880—1907). *a)* based on the LGM model with the allocation of a third-degree polynomial approximation; *b)* approximation of dependencies with an R^2 estimate, where 1 is a linear trend, 2 is a quadratic trend, 3 is the actual change in average monthly anomalies, 4 is a third-degree polynomial.

Укажем, что метод LGM позволяет оценить дисперсии остатков работы модели (табл. 2). Приведем результаты оценки дисперсий для первого е.к.п. (табл. 2).

В табл. 3 приведены оценки работы модели методом LGM для первой волны глобального потепления.

Согласно табл. 3, аппроксимация временных рядов аномалий температуры воздуха в этот естественный климатический период оказалась значимой для всех используемых статистик.

Таблица 3

Оценка работы модели на временном периоде с 1908 г. по 1943 г.

Evaluation of the model's performance over the period 1908—1943

Латентная переменная (обозначение, размерность)	Оценка	Стандартное отклонение	Z-value (на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня)	P-value (уровень значимости, < 0,05)
i , °C	-0,248	0,047	-5,314	0,000
s , °C/мес	-0,048	0,019	-2,550	0,011
q , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	0,018	0,0004	4,771	0,000
r , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	-0,001	0,0002	-5,289	0,000
Оценка ковариаций переменных i и s				
$cov(i, s)$	-0,002	0,001	-2,023	0,043

На рис. 4 *a* приведена визуализация работы модели LGM, на рис. 4 *б* — методом наименьших квадратов.

Отметим, что два варианта расчетов показывают наилучшую аппроксимацию полиномом третьей степени.

По характеру изменений аномалий температуры в первый и второй е.к.п. можно отметить следующее. В первую волну глобального потепления (рис. 4) характер изменения средних месячных аномалий температуры несколько другой. В месяцы с октября по февраль аномалии по модулю уходят в область больших значений по отрицательной шкале, а в месяцы с марта по сентябрь аномалии становятся меньше, приближаясь к области положительных значений. Первая волна глобального потепления, известная как «потепление Арктики» [16], характеризуется потеплением именно весенне-летне-осеннего сезонов. Данный результат также согласуется с ранее выявленным фактом о превышении скорости роста летних температур над зимними в первую волну глобального потепления [17, 18].

В табл. 4 приведены статистические оценки аппроксимации изменений аномалий температуры воздуха в период стабилизации. В этот период изменения аномалий температуры от месяца к месяцу лучше всего описываются полиномом третьей степени. Визуализация работы модели показана на рис. 5 *a*.

Таблица 4

Оценка работы модели на временном периоде с 1944 г. по 1974 г.

Evaluation of the model's performance over the period 1944—1974

Латентная переменная (обозначение, размерность)	Оценка	Стандартное отклонение	Z-value (на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня)	P-value (уровень значимости, < 0,05)
i , °C	-0,047	0,043	-1,089	0,276
s , °C/мес	-0,023	0,020	-1,164	0,244
q , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	0,007	0,004	1,940	0,052

Латентная переменная (обозначение, размерность)	Оценка	Стандартное отклонение	Z-value (на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня)	P-value (уровень значимости, < 0,05)
r , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	-0,0005	0,0002	-2,275	0,023
Оценка ковариаций переменных i и s				
$cov(i, s)$	-0,001	0,001	-1,903	0,057

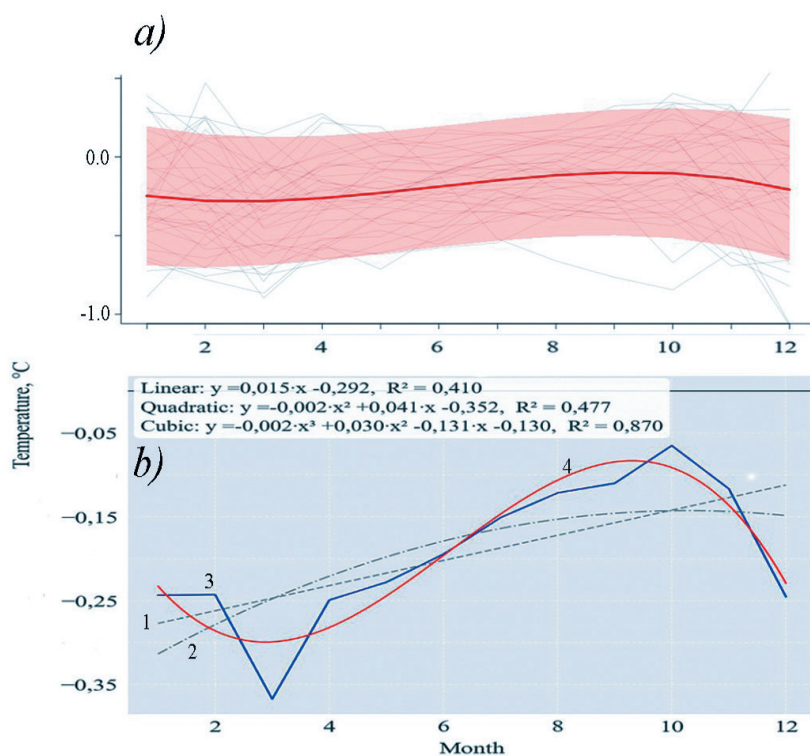


Рис. 4. Изменение аномалий температуры во времени на основе модели LGM в первую волну глобального потепления (1908—1943 гг.).
 а) на основе модели LGM с выделением аппроксимации полиномом третьей степени;
 б) аппроксимация зависимостей с оценкой по R^2 ,
 где 1 — линейный тренд, 2 — квадратичный тренд, 3 — фактическое изменение среднесесячных аномалий, 4 — полином третьей степени

Fig. 4. Temporal dynamics of the temperature anomalies during the first experimental climatic period (1908—1943). a) based on the LGM model with the allocation of a third-degree polynomial approximation; b) approximation of dependencies with an R^2 estimate, where 1 is a linear trend, 2 is a quadratic trend, 3 is the actual change in average monthly anomalies, 4 is a third-degree polynomial

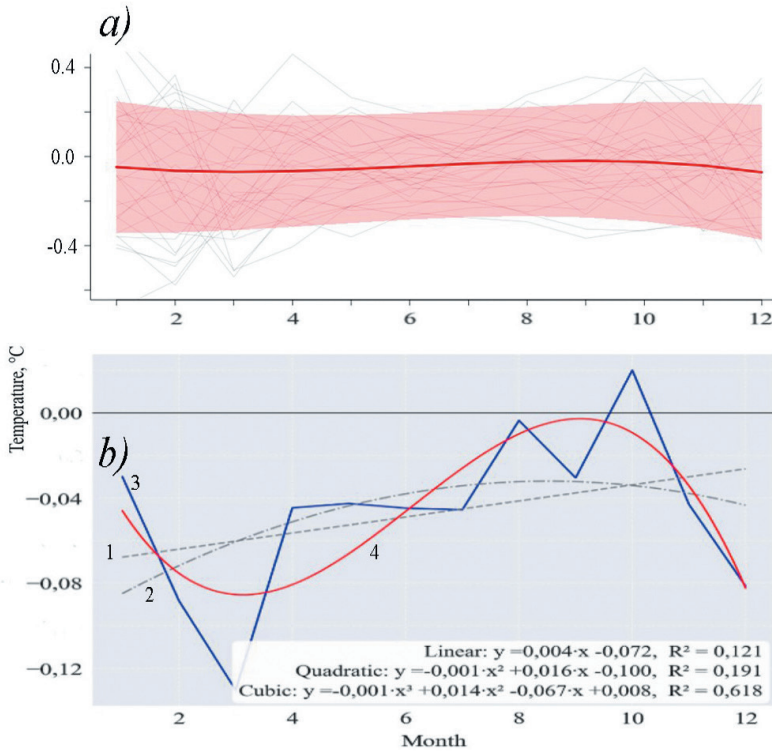


Рис. 5. Изменение аномалий температуры во времени на основе модели LGM в период стабилизации (1944—1974 гг.). *a)* на основе модели LGM с выделением аппроксимации полиномом третьей степени; *б)* аппроксимация зависимостей с оценкой по R^2 , где 1 — линейный тренд, 2 — квадратичный тренд, 3 — фактическое изменение среднемесячных аномалий, 4 — полином третьей степени

Fig. 5. Temporal dynamics of the temperature anomalies during the first experimental climatic period (1944—1974). *a)* based on the LGM model with the allocation of a third-degree polynomial approximation; *b)* approximation of dependencies with an R^2 estimate, where 1 is a linear trend, 2 is a quadratic trend, 3 is the actual change in average monthly anomalies, 4 is a third-degree polynomial.

Как видно на рис. 5 *a*, характер изменения аномалий в этот естественный климатический период идентичен предыдущему с той лишь разницей, что амплитуда полиномиальной кривой существенно меньше. Отклонения температуры от нормы располагаются вблизи нуля градусов, что хорошо отражает тенденцию периода стабилизации, в который температуры росли очень слабо или вообще снижались. Кроме того, половина лет этого е.к.п. вошла в интервал для расчета климатической нормы. Согласно рис. 5 *б*, аномалии температуры по полиномиальной кривой не выходят за $-0,1$ °C, что также хорошо согласуется с результатом по LGM.

Табл. 5 показывает результаты аппроксимации временных рядов аномалий приповерхностной температуры воздуха, на рис. 6 представлена графическая интерпретация результата в период развития второй волны глобального потепления.

Таблица 5

Оценка работы модели на временном периоде с 1975 г. по 2024 г.
Evaluation of the model's performance over the period 1975—2024

Латентная переменная (обозначение, размерность)	Оценка	Стандартное отклонение	Z-value (на сколько стандартных отклонений индивидуальное значение отстоит от среднего уровня)	P-value (уровень значимости, < 0,05)
i , °C	0,630	0,059	10,597	0,000
s , °C/мес	-0,042	0,015	-2,859	0,004
q , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	0,005	0,003	1,727	0,084
r , интерпретация физически сложна, размерность не выведена	-0,0005	0,0008	-0,663	0,508
Оценка ковариаций переменных i и s				
$cov(i^{\wedge}, s)$	0,001	0,001	0,622	0,534

Как видно из рис. 6, иллюстрирующего характер изменения температуры во вторую волну глобального потепления, средние месячные аномалии в течение года изменяются слабо. Наибольшими они были в холодный период года, к лету заметна тенденция их уменьшения. Данный результат также выделяет особенность второй волны глобального потепления — рост температур именно холодной части года. Слабые изменения аномалий температуры отражает неоднородность развития второй волны глобального потепления — фазу активного роста температур (1975—1995 гг.) и фазу замедления потепления (1996—2010 гг.) [18, 21], приведшую в нулевых годах XXI в. к приостановке потепления.

Следует отметить, что по фактическим данным наиболее сильно средние месячные аномалии температуры отклонялись от средних многолетних в сторону понижения в марте, а во вторую волну глобального потепления — в мае и июле.

Анализируя ковариацию между скрытыми переменными i и s (табл. 1—4), можно отметить значимость ковариационной зависимости в первые три естественных климатических периода состояния ЗКС (в третьем периоде — на 10 % уровне значимости). Отрицательная ковариация, указывающая на «сходимость» анализируемых рядов и обратную зависимость между переменными, отмечается в первых трех е.к.п. В четвертый естественный климатический период сходимость рядов исчезает, ковариация оказывается положительной. Укажем, что для этого периода характерна интенсификация антропогенной нагрузки на земную климатическую систему. Также отметим, что в течение первых трех естественных климатических периода ковариация от одного е.к.п. к другому ослабевает.

Учитывая такие результаты, можно сделать климатически важное заключение: в период с конца XIX в. по настоящее время при усилении роли антропогенных факторов снижается способность земной климатической системы по поддержанию климато-экологического равновесия. Ослабление защитных механизмов

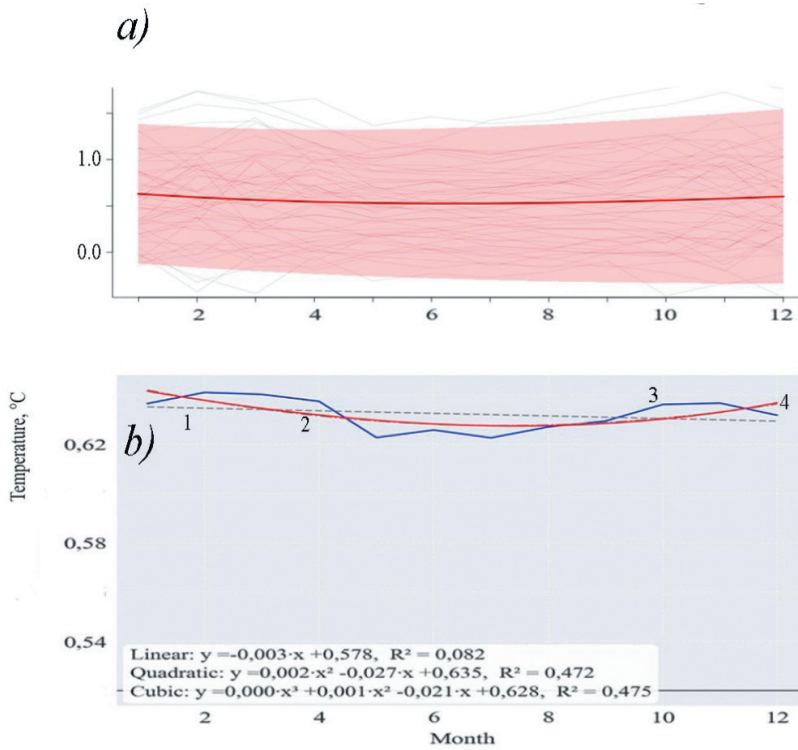


Рис. 6. Изменение аномалий температуры во времени во вторую волну глобального потепления (1975—2024 гг.). *а)* на основе модели LGM с выделением аппроксимации полиномом третьей степени; *б)* аппроксимация зависимостей с оценкой по R^2 , где 1 — линейный тренд, 2 — квадратичный тренд, 3 — фактическое изменение среднемесячных аномалий, 4 — полином третьей степени

Fig. 6. Temporal dynamics of the temperature anomalies during the first experimental climatic period (1975—2024). *a)* based on the LGM model with the allocation of a third-degree polynomial approximation; *b)* approximation of dependencies with an R^2 estimate, where 1 is a linear trend, 2 is a quadratic trend, 3 is the actual change in average monthly anomalies, 4 is a third-degree polynomial

ЗКС, выражающихся в работе отрицательных обратных связей, в скором времени может привести к прохождению земной климатической системой точки бифуркации (невозврата), следствием чего станет переход ЗКС в качественно новое состояние, что негативно скажется на существовании человечества.

Закключение

В результате проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы:

1. Метод латентных переменных к гидрометеорологическим исследованиям был применен впервые.

2. Модель LGM представляет собой лучший в настоящее время способ сжатия данных в случае многомерного статистического анализа. Модель корректно учитывает гетероскедастичность, что делает её более гибкой и надёжной по сравнению с методами, предполагающими гомоскедастичность. Результаты, полученные методом LGM по анализу временных рядов температуры воздуха, хорошо согласуются с результатами, полученными другими способами аппроксимации, что указывает на перспективность его применения в гидрометеорологических и экологических исследованиях.

3. Анализ временных рядов методом LGM позволил сделать вывод о снижении защитных механизмов земной климатической системы по поддержанию в ней климато-экологического равновесия.

Список литературы

1. Малинин В. Н. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. СПб.: РГГМУ, 2008. 406 с.
2. Малинин В. Н. Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. Изд. 2, испр. и доп. СПб.: РГГМУ, 2020. 424 с.
3. Митина О. В. Структурное моделирование: состояние и перспективы // Вестник Пермского государственного педагогического университета. Сер. 1. Психология. 2005. № 2. С. 3—15.
4. Bentler P. M. EQS 6 Structural Equations Program Manual. Encino, CA: Multivariate Software, Inc. 2006. 422 p. Электронный ресурс. ISBN 1-885898-03-7 5 (дата обращения 5.05.2025).
5. Митина О. В., Барабанщиков В. А. Моделирование латентных изменений с помощью структурных уравнений // Экспериментальная психология. 2008. № 1. С. 131—148. Электронный ресурс: сайт. URL: [https://psyjournals.ru/journals/exppsy/archive/2008_n1/Mitina] (дата обращения: 08.04.2025).
6. Hancock G. R., Lawrence F. R. Using latent growth models to evaluate. Structural equation modeling: A second course. 2006. 702 p.
7. Preacher K. J. Latent growth curve models // The reviewer's guide to quantitative methods in the social sciences. Routledge, 2018. P. 178—192.
8. Duncan T. E., Duncan S. C. An introduction to latent growth curve modeling // Behavior therapy. 2004. V. 35. No 2. P. 333—363.
9. Duncan T. E., Duncan S. C. The ABC's of LGM: An Introductory Guide to Latent Variable Growth Curve Modeling // Soc Personal Psychol Compass. 2009. No. 3(6). P. 979—991. Doi: 10.1111/j.1751-9004.2009.00224.x. PMID: 20577582; PMCID: PMC2888524.
10. Sterba S. K. Fitting Nonlinear Latent Growth Curve Models With Individually Varying Time Points // Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal. 2014. No. 21(4). P. 630—647. Электронный ресурс: сайт. URL: [<https://doi.org/10.1080/10705511.2014.919828>] (дата обращения: 08.8.2025).
11. Ильясов Р. Х. «Латентные» корреляции потоков в экономике: сплайн-анализ // Известия Санкт-Петербургского экономического университета. 2021. № 1. С. 36—41.
12. Корневский Н. А., Шуткин А. Н., Бойцова Е. А., Корневская Е. Н. и др. Использование теории измерения латентных переменных для оценки уровня психоэмоционального напряжения // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2015. №. 3. С. 103—118.
13. Крупенкова Н. В. Социологическое измерение: становление моделей с латентными переменными (часть 2) // Социология: методология, методы, математическое моделирование. 2008. №. 27. С. 48—83.
14. Ряды аномалий приповерхностной температуры воздуха [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/temperature/> (дата обращения 20.02.2024).
15. Morice P., Colin P., John J. Kennedy, et al. An updated assessment of near-surface temperature change from 1850: The HadCRUT5 date set // Journal o Geophysical Research: Atmospheres. 2021. V. 126. No. 3. P. 1—28. doi:10.1029/2019JD032361.

16. Шерстюков Б. Г. Региональные и сезонные закономерности изменений современного климата. Обнинск: изд-во ВНИИГМИ–МЦД. 2008. 246 с.
17. Груза Г. В., Ранькова Э. Я. Наблюдаемые и ожидаемые изменения климата России: температура воздуха. Обнинск: ФГБУ «ВНИИГМИ–МЦД». 2012. 194 с.
18. Морозова С. В. Роль планетарных объектов циркуляции в глобальных климатических процессах. Саратов: изд-во Саратовского университета. 2019. 132 с.
19. Морозова С. В., Полянская Е. А., Алимпиева М. А. Особенности межгодовой изменчивости температуры воздуха Северного и Южного полушарий по данным архива HadCRUT5 // Гидрометеорология и экология. 2003. № 72. С. 429—431. doi: 10.33933/2713–3001–2023–72–420–43.
20. Rosseel Y. Lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling // Journal of Statistical Software. 2012. Vol.48. No. 2. P. 1—36. URL <http://www.jstatsoft.org/v48/i02/>
21. Кононова Н. К. Классификация циркуляционных механизмов Северного полушария по Б. Л. Дзердзевскому. М.: Воентехиздат. 2009. 372 с.

References

1. Malinin V. N. *Statisticheskiye metody analiza gidrometeorologicheskoy informatsii = Statistical methods for Analysis Hydrometeorological Information*. St. Petersburg.: RGGMU, 2008: 406 p. (In Russ.).
2. Malinin V. N. *Statisticheskiye metody analiza gidrometeorologicheskoy informatsii = Statistical Methods for Analyzing Hydrometeorological Information*. 2nd edition, revised and expladed. St. Petersburg: RGGMU, 2020: 424 p. (In Russ.).
3. Mitina O. V. Structural modeling: status and prospects. *Vestnik. Permskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universitetata. Ser.1. Psikhologiya = Bulletin of Perm State Pedagogical University. Series 1. Psychology*. 2005; (2): (3—15). (In Russ.).
4. Bentler P. M. EQS 6 Structural Equations Program Manual. Encino, CA: Multivariate Software, Inc. 2006.: 422 p. ISBN 1-885898-03-7 (access data 5.05.2025).
5. Mitina O. V., Barabanshchikov V. A. Modeling latent changes using structural equations. *Ekspierimental'naya psikhologiya = Experimental Psychology*. 2008; (1): (131—148). URL: [https://psyjournals.ru/journals/exppsy/archive/2008_n1/Mitina] (access date: 08.04.2025). (In Russ.).
6. Hancock G. R., Lawrence F. R. Using latent growth models to evaluate. *Structural equation modeling: A second course*. 2006:702 p.
7. Preacher K. J. Latent growth curve models. *The reviewer's guide to quantitative methods in the social sciences*. Routledge, 2018. (178—192).
8. Duncan T. E., Duncan S. C. An introduction to latent growth curve modeling. *Behavior therapy*, 2004. 35 (2): (333—363).
9. Duncan T. E., Duncan S. C. The ABC's of LGM: An Introductory Guide to Latent Variable Growth Curve Modeling // *Soc Personal Psychol Compass*, 2009. 3(6): (9799—91). Doi: 10.1111/j.1751–9004.2009.00224.x. PMID: 20577582; PMCID: PMC2888524.
10. Sterba S. K. Fitting Nonlinear Latent Growth Curve Models With Individually Varying Time Points // *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 2014. 21(4): (630—647). URL: [<https://doi.org/10.1080/10705511.2014.919828>] (access date: 08.8.20)
11. Ilyasov R. Kh. “Latent” correlations of flows in the economy: spline-analysis. *Izvestiya Sankt–Peterburgskogo ekonomicheskogo universiteta = Bulletin of the St. Petersburg University of Economics*. 2021; (1):(36—41). (In Russ.).
12. Korenevsky N. A., Shutkin A. N., Boytsova E. A. et al. Using the theory of measuring latent variables to assess the level of psychoemotional stress. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoye priborostroyeniye = Bulletin of the South-West State University. Series: Management, computing, informatics. Medical instrument making*. 2015; (3): (103—118). (In Russ.).
13. Krupenkova N. V. Sociological measurement: formation of models with latent variables (part 2). *Sotsiologiya: metodologiya, metody, matematicheskoye modelirovaniye = Sociology: methodology, methods, mathematical modeling*. 2008; (27):(48—83). (In Russ.).
14. Ryady anomalii pri poverkhnostnoy temperatury vozdukha. Available at: <https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/temperature/> (accessed on: 20.02.2024).

15. Morice P., Colin P., Kennedy J. et al. An updated assessment of near-surface temperature change from 1850: The HadCRUT5 date set *Journal o Geophysical Research: Atmospheres*, 2021. 126(3.):(1—28.). doi:10.1029/2019JD032361.
16. Sherstyukov B. G. *Regional'nyye i sezonnyye zakonomernosti izmeneniy sovremennogo klimata = Regional and seasonal patterns of modern climate change*. Obninsk, izd-vo VNNIGMI–MTSD, 2008: 246 p. (In Russ.).
17. Gruza G. V., Ran'kova E. YA. *Nablyudayemyye i ozhidayemyye izmeneniya klimata Rossii: temperatura vozdukha = Observed and expected climate changes in Russia: air temperature*. Obninsk, izd-vo FGBU «VNIIGMI-MCD», 2012: 194 p. (In Russ.).
18. Morozova S. V. Rol' planetarnykh ob'yektov tsirkulyatsii v global'nykh klimaticheskikh protsessakh = *The Role of Planetary Circulation Objects in Global Climate Processes*. Saratov, izd-vo Saratovskogo universiteta, 2019: 132 p. (In Russ.).
19. Morozova S. V., Polyanskaya E. A., Alimpieva M. A. Peculiarities of interannual variability of near-surface air temperature in the Northern and Southern Hemispheres according to HadCRUT5 archive data. *Gidrometeorologiya i ekologiya = Hydrometeorology and Ecology*. 2023;(72):(429—431). doi: 10.33933/2713–3001–2023–72–420–43. (In Russ.).
20. Rosseel Y. Lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. *Journal of Statistical Software*, 2012. 48(2):(1—36). URL <http://www.jstatsoft.org/v48/i02/>
21. Kononova N. K. *Klassifikatsiya tsirkulyatsionnykh mekhanizmov Severnogo polushariya po B. L. Dzerdzeyevskomu = Classification of circulation mechanisms of the Northern Hemisphere according to B. L. Dzerdzeevsky*. M.: Voyentekhzdat, 2009: 372 p. (In Russ.).

Информация об авторах

Морозова Светлана Владимировна, кандидат географических наук, доцент кафедры метеорологии и климатологии, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, swetwl@yandex.ru.

Файзлыев Алексей Раисович, кандидат экономических наук, доцент кафедры теории функций и стохастического анализа, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, swetwl@yandex.ru.

Морозова Валерия Андреевна, старший преподаватель кафедры картографии и геоинформатики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, swetwl@yandex.ru.

Information about authors

Morozova Svetlana V., Cand. Sc (Geogr.), associate professor of the meteorology and climatology, Saratov State University, Saratov.

Faizliev Alexey R., Cand. Sc (Econ.), associate professor of the function theory and stochastic analysis, Saratov State University, Saratov.

Morozova Valeria A., senior lecturer of the cartography and geoinformatics, Saratov State University, Saratov.

Конфликт интересов: конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила 19.09.2025

Принята в печать после доработки 07.05.2026

The article was received on 19.09.2025

The article was accepted after revision on 07.05.2026